Plan de Travail : Les suites numériques

1 Rappels de 1ère

▷ **Exercice 1:**
On étudie avec un tableur 2 formules de crédit :

	A	B	C
1		1ère formule	2ème formule
2	1ère mensualité	400	400
3	3ème mensualité		
4	4ème mensualité		
5	5ème mensualité		
6	6ème mensualité		
7	7ème mensualité		
8	8ème mensualité		
9	9ème mensualité		
10	10ème mensualité		
11	11ème mensualité		
12	12ème mensualité		
13	13ème mensualité		

– **Formule 1** : la première mensualité est de 400 € , et chaque mois la mensualité diminue de 30 € par rapport au mois précédent.
– **Formule 2** : La première mensualité est de 400 € et chaque mois la mensualité diminue de 10% par rapport au mois précédent.

1. **Etude de la première formule :**
   (a) Quelle formule, à recopier vers le bas dans la plage B5 : B13, faut-il saisir dans la cellule B4 ?
   (b) On va noter u_1 la valeur de la mensualité le premier mois, u_2 sa valeur le second mois, etc... Combien valent u_1, u_2 et u_3 ?
   (c) Écrire la relation entre u_2 et u_1, puis entre u_3 et u_2, puis de manière générale entre u_{n+1} et u_n (pour tout entier $n \geqslant 1$).
   (d) Quelle est la nature de la suite (u_n) ainsi définie ?
   (e) Quel calcul permet de calculer directement u_{12} à partir de u_1 ?
   (f) De manière générale, comment calculer la mensualité d'un mois n à partir de ce nombre n ? (c'est à dire exprimer u_n en fonction de n).
   (g) Calculer la 10ème et la 15ème mensualité avec cette formule.
2. **Etude de la seconde formule :**
   (a) Quelle formule, à recopier vers le bas dans la plage C5 : C13, faut-il saisir dans la cellule C4 ?
   (b) On va noter v_1 la valeur de la mensualité le premier mois, v_2 sa valeur le second mois, etc... Combien valent v_1, v_2 et v_3 ?
   (c) Écrire le lien entre v_2 et v_1, puis entre v_3 et v_2, puis de manière générale entre v_{n+1} et v_n (pour tout entier $n \geqslant 1$.
   (d) Quelle est la nature de la suite (v_n) ainsi définie ?
   (e) Quel calcul permet de calculer directement v_{12} à partir de v_1 ?
   (f) De manière générale, exprimer alors v_n en fonction de n.
   (g) Calculer la 10ème et la 15ème mensualité avec cette formule.

▷ **Exercice 2:**
Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme 3 et de raison 5.

1. Calculer u_1 et u_2
2. Calculer u_{20}
3. Déterminer à la calculatrice, à partir de quel rang n, $u_n > 100$?

▷ **Exercice 3:**
Soit (u_n) une suite définie par cette relation :
$$\begin{cases} u_{n+1} = & u_n + 2 \\ u_0 = & -4 \end{cases}$$

1. Comment appelle-t-on la relation qui définit cette suite ?
2. Quelle est la nature de cette suite ?

3. Calculer u_1 et u_2
4. Calculer u_{20}
5. Déterminer à la calculatrice, à partir de quel rang n, $u_n > 40$?

▷ Exercice 4:

Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme 1,5 et de raison 2.

1. Calculer u_1 et u_2
2. Calculer u_{10}.
3. Déterminer à la calculatrice, à partir de quel rang n, $u_n > 100$?

▷ Exercice 5:
Soit (u_n) une suite définie par cette relation : $\begin{cases} u_{n+1} = & 2,2 \times u_n \\ u_0 = & 0,6 \end{cases}$

1. Comment appelle-t-on la relation qui définit cette suite ?
2. Quelle est la nature de cette suite ?
3. Calculer u_1 et u_2
4. Calculer u_{20}.
5. Déterminer à la calculatrice, à partir de quel rang n, $u_n > 100$?

▷ Exercice 6:

1. Calculer les 5 premiers termes de la suite (u_n) définie par $u_n = 3n+1$ pour $n > 0$.
2. Calculer les 5 premiers termes de la suite (w_n) définie par $w_n = 12 - 2n$ pour $n > 1$.
3. Calculer les 5 premiers termes de la suite (z_n) définie par $z_n = 1200 \times 1,2^n$ pour $n > 0$.

▷ Exercice 7:
Pour chacune des suites suivantes pour $n > 0$:

1. Calculer les 3 premiers termes inconnus
2. Donner la nature de chacune des suites.
3. Exprimer le terme général en fonction de n et calculer le terme de rang 15.

$$\begin{cases} u_0 & = 4 \\ u_{n+1} & = u_n - 4, \end{cases} \qquad \begin{cases} b_0 & = 1 \\ b_{n+1} & = 0,8 b_n \end{cases}$$

$$\begin{cases} e_0 & = 0 \\ e_{n+1} & = e_n + 1000 \end{cases} \qquad \begin{cases} z_0 & = 10 \\ z_{n+1} & = 1,13 \times z_n \end{cases}$$

▷ Exercice 8:
Pour préparer une course, un athlète décide de s'entrainer de façon progressive. Il commence par courir 3000 m.
Après 1 jour d'entrainement, il court 3150 m. Après 2 jours, il court 3300 m puis ainsi de suite en parcourant chaque jour 150 m de plus que la veille.
On note u_n la distance parcourue après n jours d'entraînement.

1. Calculer u_3 et u_4.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? On donnera son premier terme et sa raison.
3. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
4. Donner la variation de la suite (u_n).
5. Exprimer u_n en fonction de n.

2 Somme de termes

▷ Exercice 9:

1. (u_n) est une suite arithmétique dont le terme général est $u_n = 12 + 3n$.
   Calculer la somme $S = u_1 + u_2 + ... + u_{10}$
2. (u_n) est une suite arithmétique dont le terme général est $u_n = 12 - 3n$.
   Calculer la somme $S = u_{11} + u_{12} + ... + u_{100}$
3. (u_n) est une suite géométrique dont le terme général est $u_n = 3 \times 1,2n$
   Calculer la somme $S = u_1 + u_2 + ... + u_{10}$
4. (u_n) est une suite géométrique dont le terme général est $u_n = 3 \times 0,2^{n-1}$
   Calculer la somme $S = u_1 + u_2 + ... + u_{10}$

▷ Exercice 10:

1. (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison -3
   (a) Exprimer u_n en fonction de n.
   (b) Calculer la somme $S = u_1 + u_2 + ... + u_{10}$
2. (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 5$ et de raison 100. Calculer la somme $S = u_{11} + u_{12} + ... + u_{100}$
3. (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison 0,8
   (a) Exprimer u_n en fonction de n.
   (b) Calculer la somme $S = u_1 + u_2 + ... + u_{10}$
4. (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_1 = 10$ et de raison 1,2.
   Calculer la somme $S = u_{11} + u_{12} + ... + u_{100}$

3 Annales - Sujets type Bac

▷ **Exercice 11:**

Disposant d'un capital de 10000 euros un investisseur étudie les offres de deux banques différentes. La banque B propose un placement à intérêts composés au taux annuel de 3,5 taux annuel de 2 capital. Ainsi, les intérêts et la prime produisent des intérêts pour l'année suivante.

Partie A : Construction d'une feuille de calcul :

Afin de déterminer l'offre la plus intéressante, cet investisseur construit une feuille de calcul dont une copie partiel le se trouve ci-dessous. Les cellules de la plage B2 :C12 sont au format monétaire.

1. Donner une formule qui, entrée en cellule B3, permet par recopie vers le bas d'obtenir le contenu des cellules de la plage B3 :B12.
2. Donner une formule qui, entrée en cellule C3, permet par recopie vers le bas d'obtenir le contenu des cellules de la plage C3 :C12.

Partie B : Étude des offres

1. On étudie l'offre de la banque B. On note, pour n entier naturel, b_n le capital en euros de l'investisseur au début l'année n . Ainsi, $b_0 = 10000$ et $b_1 = 10350$.
   (a) (bn) est arithmétique ou géométrique. Préciser la raison de cette suite.
   (b) Exprimer b_n en fonction de n .
   (c) En déduire que, si le capital est placé dans la banque B, alors le capital disponible au début de l'année 10 sera 14105,99 €.
2. On étudie l'offre de la banque C. Pour n entier naturel, on note c_n le capital, en euros, de l'investisseur au début de l'année n . Ainsi $c_0 = 10000$ et $c_1 = 10370$.
   (a) Calculer c_2.
   (b) On admet que, pour n entier naturel, on a $c_{n+1} = 1,02c_n + 170$.
   Donner le capital disponible au début de l'année 10.
   (c) L'investisseur décide de placer son capital jusqu'au début de l'année 10.
   Déterminer, parmi les deux banques B et C, celle qui propose l'offre la plus intéressante.

▷ **Exercice 12:**

Disposant d'un capital de 10000 euros un investisseur étudie les offres de deux banques différentes. La banque B propose un placement à intérêts composés au taux annuel de 3,5 taux annuel de 2 capital. Ainsi, les intérêts et la prime produisent des intérêts pour l'année suivante.

Partie A : Construction d'une feuille de calcul :

Afin de déterminer l'offre la plus intéressante, cet investisseur construit une feuille de calcul dont une copie partiel le se trouve ci-dessous. Les cellules de la plage B2 :C12 sont au format monétaire.

1. Donner une formule qui, entrée en cellule B3, permet par recopie vers le bas d'obtenir le contenu des cellules de la plage B3 :B12.
2. Donner une formule qui, entrée en cellule C3, permet par recopie vers le bas d'obtenir le contenu des cellules de la plage C3 :C12.

Partie B : Étude des offres

1. On étudie l'offre de la banque B. On note, pour n entier naturel, b_n le capital en euros de l'investisseur au début l'année n . Ainsi, $b_0 = 10000$ et $b_1 = 10350$.
   (a) (bn) est arithmétique ou géométrique. Préciser la raison de cette suite.
   (b) Exprimer b_n en fonction de n .
   (c) En déduire que, si le capital est placé dans la banque B, alors le capital disponible au début de l'année 10 sera 14105,99 €.
2. On étudie l'offre de la banque C. Pour n entier naturel, on note c_n le capital, en euros, de l'investisseur au début de l'année n . Ainsi $c_0 = 10000$ et $c_1 = 10370$.
   (a) Calculer c_2.
   (b) On admet que, pour n entier naturel, on a $c_{n+1} = 1,02c_n + 170$.
   Donner le capital disponible au début de l'année 10.
   (c) L'investisseur décide de placer son capital jusqu'au début de l'année 10.
   Déterminer, parmi les deux banques B et C, celle qui propose l'offre la plus intéressante.