Plan de Travail dérivation fonction polynôme (Rappels 1ère)

1. Fonction dérivée

1. Définition

<u>Définition :</u>

Une fonction dérivée d'une fonction f est la fonction qui a tout réel x associe $f'(x)$. On note cette fonction f'

Le nombre $f'(a)$, appelé nombre dérivé en a, donne le coefficient directeur de la tangente en a à la courbe représentative de f

<u>Propriété fondamentale :</u>

Le signe de la fonction dérivée sur un intervalle détermine la variation de la fonction sur cet intervalle :

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et soit f' sa fonction dérivée.

Si $f'(x)>0$ sur $[a;b]$, alors f est croissante sur $[a;b]$

Si $f'(x)<0$ sur $[a;b]$, alors f est décroissante sur $[a;b]$

Exercice 1 : Compléter le tableau de variations suivant :

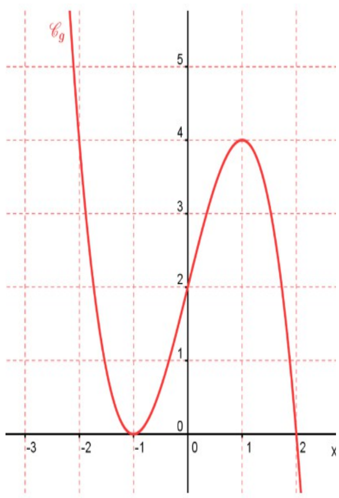
x	$-\infty$		5		$+\infty$
$f'(x)$		-		+	
$f(x)$					

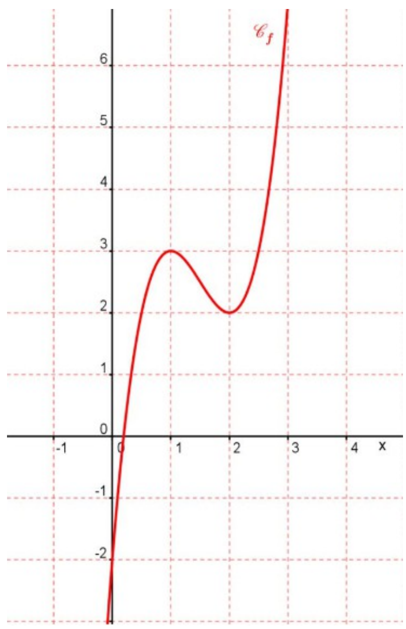
Exercice 2 : Compléter le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		-1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$									
$f(x)$		↗		↘		↗		↘	

Exercice 3 :

A partir des représentations graphiques des fonctions f et g proposées ci-contre, déterminer le signe de leur dérivée.





2. Formules de dérivations :

Propriété :

Si f est la fonction polynôme de degré 1 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax+b$, c'est à dire f est une fonction affine,

Alors, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x)=a$

Si f est la fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^2+bx+c$

Alors, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x)=2ax+b$

Si f est la fonction polynôme de degré 3 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$

Alors, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x)=3ax^2+2bx+c$

Exercice 4 :

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

$f(x)=4x-3$ $\quad h(x)=2x^2-5x+2$ $\quad g(x)=-4x^3+5x^2+3x-4$ $\quad i(x)=5x^3+4x^2-5x+2$

3. Études des variations des fonctions polynômes de degré 2 et 3 :

Exercice 5 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=5x^2-3x$.

1. Déterminer sa fonction dérivée
2. Calculer le nombre dérivée en 2 et en -3
3. Étudier le signe de la dérivée et en déduire le tableau de variations de f

Exercice 6 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=4x^2+2x-3$.

1. Déterminer sa fonction dérivée
2. Calculer $f(\frac{1}{2})$
3. Étudier le signe de la dérivée et en déduire le tableau de variations de f

Exercice 7 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3+1$.

1. Déterminer sa fonction dérivée
2. Étudier le signe de la dérivée et en déduire le tableau de variations de f

Exercice 8 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-x^3+3x+2$.

1. Déterminer sa fonction dérivée
2. Étudier le signe de la dérivée et en déduire le tableau de variations de f

Exercice 9 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^3-9x^2+12x-2$.

1. Déterminer sa fonction dérivée
2. Étudier le signe de la dérivée et en déduire le tableau de variations de f

2. **Formule de dérivation d'un polynôme**

Propriété :(vidéo 3)

f est la fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^2+bx+c$

Alors, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x)=2ax+b$

3. **Équation de tangente**

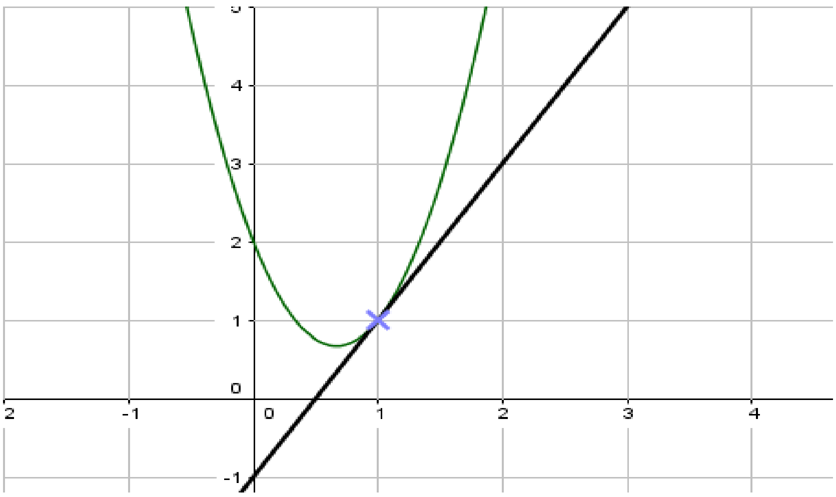
2. **Étude d'un polynôme de degré 2**
3. **Étude d'un polynôme de degré 3**
4. **Étude d'un polynôme de degré 3**

Définition : (vidéo 1)

Une fonction dérivée d'une fonction f est la fonction qui a tout réel x associe $f'(x)$. On note cette fonction f'

Remarque : Lorsqu'une fonction f admet une fonction dérivée, on dit qu'elle est dérivable.

Nombre dérivé : Le nombre $f'(a)$, appelé nombre dérivé en a, donne le coefficient directeur de la tangente en a à la courbe représentative de f



On lit ici que le coefficient directeur de la tangente en1 vaut 2. Donc $f'(1)=2$

Déterminer un nombre dérivé à la calculatrice :(vidéo 2)

Application : Déterminer le nombre dérivé de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^3-4x^2+2$ en $a=-1$

2. Dérivée d'une fonction polynôme :

Propriété :(vidéo 3)

f est la fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^2+bx+c$

Alors, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x)=2ax+b$

Application :

Déterminer la fonction f' dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3x^2+4x-2$

Déterminer le coefficient directeur de la tangente à sa courbe au point d'abscisse 2.

Propriété :(vidéo 4)
f est la fonction polynôme de degré 3 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=a x^3+b x^2+c x+d$
Alors, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x)=3 a x^2+2 b x+c$

Application :
Déterminer la fonction f' dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-4 x^3+2 x^2-4 x+7$

Déterminer le coefficient directeur de la tangente à sa courbe au point d'abscisse 1.

3. Équation de la tangente à la courbe en un point

__**Propriété : (vidéo 5)**__
Soit f une fonction définie sur un intervalle D et un point $A(a; f(a))$ tel que $a \in D$
La courbe représentative de la fonction f admet une tangente (T) au point A d'équation :
$y=f'(a)(x-a)+f(a)$

La courbe représentative de la fonction f admet une tangente (T)
au point M d'abscisse a d'équation : $y=f'(a)(x-a)+f(a)$

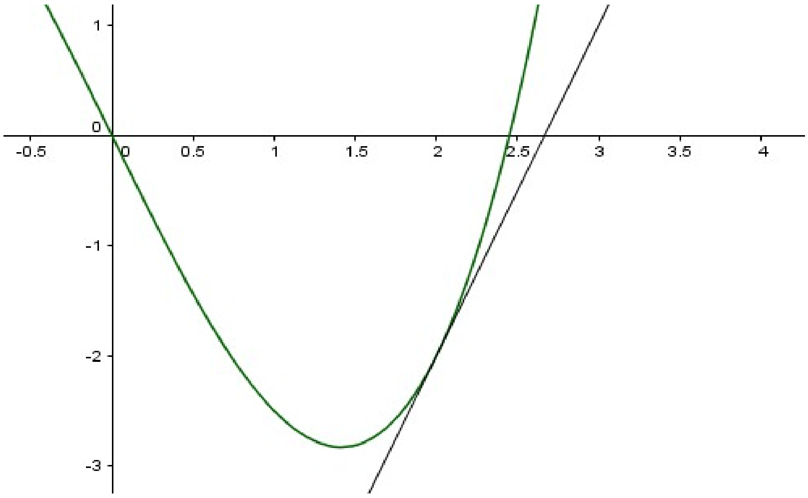
Nous avons $a=2$
donc $(T): y=f'(2)(x-2)+f(2)$

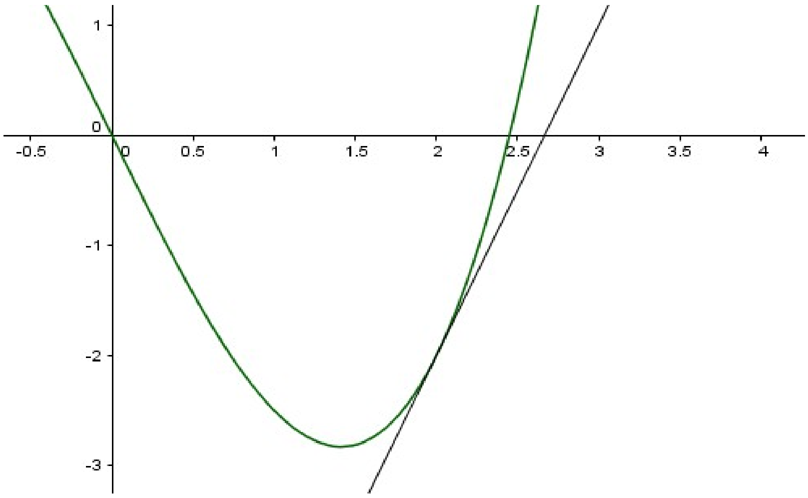
$f(2)=0{,}5\times 2^3-3\times 2=-2$

On calcule la dérivée de f :
On reconnaît que $f(x)=0{,}5 x^3-3 x$ est une fonction polynôme de degré 3
du type $f(x)=a x^3+b x^2+c x+d$
avec $a=0{,}5$; $b=0$; $c=-3$ et $d=0$

On sait alors que $f'(x)=3 a x^2+2 b x+c$ $f'(x)=3\times 0{,}5 x^2-3=1{,}5 x^2-3$
On cherche $f'(2)=3\times 0{,}5\times 2^2-3=1{,}5\times 4-3=3$

L'équation de la tangente est donc :
On avait $(T): y=f'(2)(x-2)+f(2)$
avec $f(2)=-2$ et $f'(2)=3$
$(T): y=3(x-2)-2$
ou encore $(T): y=3 x-8$





Complément : **(vidéo 6)**
En s'aidant de la calculatrice, déterminer l'équation de la tangente en 2 de la courbe représentative de la fonction f définie sur un intervalle $\mathbb{R}$ par $f(x)=0,5x^3-3x$.