Études de fonctions

1. Polynôme de degré n

En classe de 1ère, il a été vu que

Fonction f	**Dérivée** f'
$f(x)=ax+b$	
$f(x)=ax^2+bx+c$	
$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$	

On généralise cet algorithme de calcul pour les polynômes de degrés supérieurs à 3 :

$f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ donnera une fonction dérivée : $f'(x)=$..........

<u>Application :</u>

$f(x)=2x^4-2x^3+5x^2-x+7$ aura pour dérivée …............................

$g(x)=5x^4+x^2+7$ aura pour dérivée …............................

> Plus généralement, si n est un entier positif, x^n aura pour dérivée : …..............

<u>Application :</u>

Fonction f	**Dérivée** f'
x^5	
x^6	
x^n	

2. <u>La fonction inverse</u>

<u>Définition :</u>

On appelle la fonction inverse, la fonction qui à tout x différent de 0 associe la fonction …....

> <u>Propriétés :</u>
> La dérivée de la fonction inverse est la fonction qui à tout x différent de 0 associe la fonction ……....
> Si $f(x)=\frac{1}{x}$, alors $f'(x)=$… .... … ....

<u>Application :</u>

Calculer la dérivée de :

$f(x)=\frac{3}{x}$

$g(x)=-\frac{1}{x}+3x$

$h(x)=\frac{1}{x}+7x^2-3x$

3. **La fonction rationnelle**

Dérivée d'un quotient de fonctions :

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I,

- La fonction $\frac{u}{v}$ est dérivable pour tout réel x de I vérifiant $v(x)\neq 0$ et sa dérivée est …………………………
- La fonction $\frac{1}{v}$ dérivable pour tout réel x de I vérifiant $v(x)\neq 0$ et sa dérivée est …………………………

Applications 1:

Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{3\}$ par $f(x)=\frac{2x+3}{x-3}$

f est le quotient de 2 fonctions : ………………………… et …………………………

On sait que $(\frac{u}{v})'=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

On sait que $u'(x)=\ldots$ $v'(x)=\ldots.$

$f'(x)=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Applications 2:

Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{4x-2}{x^2+3}$

f est le quotient de 2 fonctions définie sur $\mathbb{R}$: ………………………… et …………………………

$(\frac{u}{v})'=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

On sait que $u'(x)=\ldots$ $v'(x)=\ldots.$

$f'(x)=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Application 3 :

Déterminer le tableau de variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ par $f(x)=\frac{7-x}{x-1}$

Application 4 :

Déterminer le tableau de variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ par $f(x)=\frac{2}{x}+4x-2$