

# Probabilités

## 1. Définitions et notations de base en probabilités (vidéo 1)

### Définition :

Une expérience est ..... lorsqu'on ne peut pas prévoir à l'avance quelle sera son résultat. Les différents résultats possibles sont appelées les ..... de l'expérience. L'ensemble de toutes les issues possible d'une expérience aléatoire forme .....

### Vocabulaire et notation :

On appelle ..... une partie de l'univers d'une expérience aléatoire. Si  $A$  est un événement, alors la probabilité qu'il soit réalisé est notée .....

### Exemple :

L'expérience aléatoire « lancer un dé à six faces non truqué » possède six issues : .....  $\{1;2;3;4;5;6\}$  est donc ..... de cette expérience aléatoire. Si on appelle  $A$  l'événement obtenir  $\{1;2\}$ , on notera ..... sa probabilité de réussite.

### Propriété :

Pour calculer la probabilité d'un événement, on calcule ..... C'est un nombre réel, compris entre .....

### Exemple :

Si on note  $A$  l'événement obtenir  $\{1;2\}$ , Les deux issues ont la même probabilité de  $\frac{1}{6}$ , donc .....

## 2. Probabilités élémentaires:(vidéo 2)

### Cas particulier :

Si l'événement  $A$  est ....., alors  $P(A)=0$ . Si l'événement  $A$  est ....., alors  $P(A)=1$ .

### Définition :

Si  $A$  est un événement, on note  $\bar{A}$  l'événement ..... de  $A$ . On a alors .....

### Exemple :

Si  $A$  est l'événement "Obtenir un nombre inférieur ou égal à 2",  $\bar{A}$  est ".....".  $\bar{A}$  est réalisé par les issues ..... donc ..... et on a bien .....

### Définition :

On dit que deux expériences aléatoires sont ..... lorsque le résultat de l'une n'a pas d'influence sur le résultat de l'autre.

### Exemple 1 :

Si on lance un dé non truqué 10 fois de suite. Un résultat n'influence pas le lancer suivant. Les dix lancers sont .....

### Exemple 2 :

Dans une urne contenant 3 boules noires et 4 boules rouges, on effectue deux tirages successifs **avec** remise. Les deux tirages sont .....

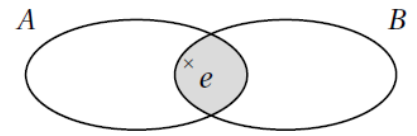
Exemple 3 :

Dans une urne contenant 3 boules noires et 4 boules rouges, on effectue deux tirages successifs **sans** remise. Les deux tirages ..... Le deuxième tirage est ..... par le résultat du premier.

**3. Probabilités et ensembles (vidéo 3)**

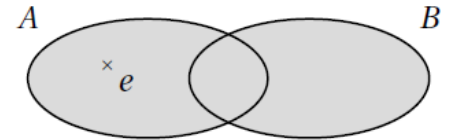
Définition

..... de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui sont communs à A et B. On la note ..... Ainsi si ..... signifie ..... et .....



Définition

La ..... de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui sont dans A ou dans B. On la note ..... Ainsi ..... signifie ..... ou .....



Application aux probabilités : .....

**2. Arbre pondéré (vidéo 4)**

Dans le cas d'expériences aléatoires répétées, il est souvent pratique de représenter la situation par un ..... :

Exemple :

On joue à pile ou face en lancer une pièce non truquée. Le premier lancer peut se résumer ainsi :

Le deuxième lancer peut se résumer ainsi :

Propriété des arbres :

La somme des pondérations verticales après chaque nœud .....

Exemple :

.....

Règle de calcul de probabilités sur une même branche :

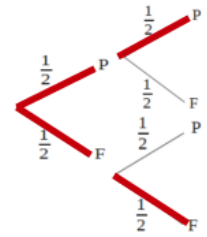
La probabilité d'un événement représenté par un chemin de l'arbre est égal ..... des probabilités rencontrées .....

Application :

Dans notre exemple, la probabilité d'avoir F puis encore F est .....

Règle de calcul de probabilités sur plusieurs branches :

Si un événement est constitué de plusieurs chemins distincts de l'arbre, alors sa probabilité est obtenue en ..... les probabilités de chacun de ces chemins.



Application :

Dans notre exemple, la probabilité d'avoir deux fois la même face est .....

**3. Épreuve de Bernoulli (vidéo 5)**

Définition :

On appelle ..... une expérience aléatoire n'ayant que 2 issues possibles : l'une appelée "succès" et notée souvent ....., l'autre appelée "échec" et souvent notée .....

Pour une épreuve de Bernoulli, on note ..... la probabilité de succès. On note donc ..... et  $P(\bar{S})=1-p$

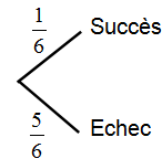
Exemple 1 : Avec un dé

On lance un dé non truqué à six faces et on note S l'événement "Obtenir un 6".

L'événement  $\bar{S}$  est alors "Ne pas obtenir un six".

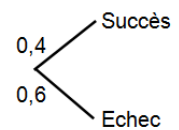
C'est une épreuve de Bernoulli, où  $p=.....$  et  $P(\bar{S})=.....$

On peut réaliser un arbre à deux branches pour la symboliser :



Exemple 2 : Avec une urne

Dans une urne, on place 4 boules rouges et 6 boules noires. On gagne quand on obtient une boule rouge. C'est une épreuve de Bernoulli, où la probabilité du succès est .....



**4. Schéma de Bernoulli (vidéo 6)**

Définition :

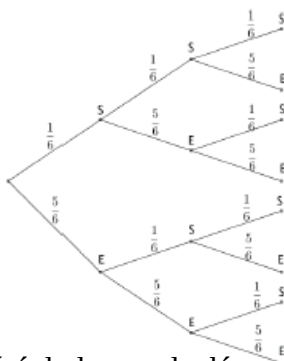
On appelle ..... la répétition de ..... épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes, de probabilité de succès p pour chacune d'entre elles.

Le nombre entier ..... et le nombre réel ..... sont les ..... du schéma de Bernoulli.

Exemple 1 : Avec un dé

On lance un dé non truqué à six faces trois fois de suite et on note S l'événement "Obtenir un 6".

Puisque les trois lancers sont identiques et indépendants, c'est un schéma de Bernoulli, de paramètres  $n=.....$  et  $p=P(S)=.....$



La probabilité de n'obtenir aucun SIX au cours des trois lancers vaut ..... soit environ .....

Arbre pondéré du lancer de dé

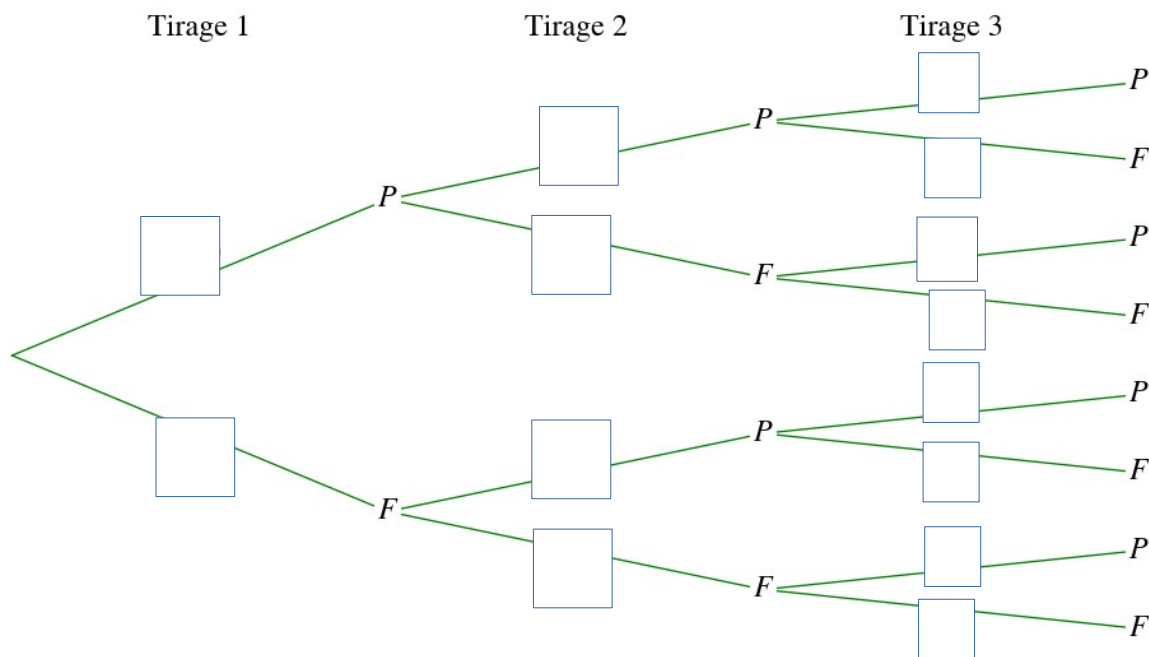
## 7. Variable aléatoire dans un schéma de Bernoulli (vidéo 7)

### Définition :

On réalise un schéma de Bernoulli composé de  $n$  expériences aléatoires identiques et indépendantes. La .....  $X$  associé au schéma compte le nombre de succès obtenus.

### Exemple :

On lance 3 fois de suite une pièce de monnaie truquée qui donne une probabilité de 0,6 au côté Pile. On considère comme succès " ..... ".  
On modélise le schéma de ..... de paramètre  $n=3$  et  $p=0,6$  par cet arbre pondéré :



Pour étudier les différentes probabilités d'obtenir ..... succès dans cette expérience, on note  $X$  le nombre de .....  $X$  est appelé la ..... associée au schéma.  
Avoir 3 fois « Pile » est caractérisé par .....  
La probabilité d'obtenir 3 fois « Pile » se note .....

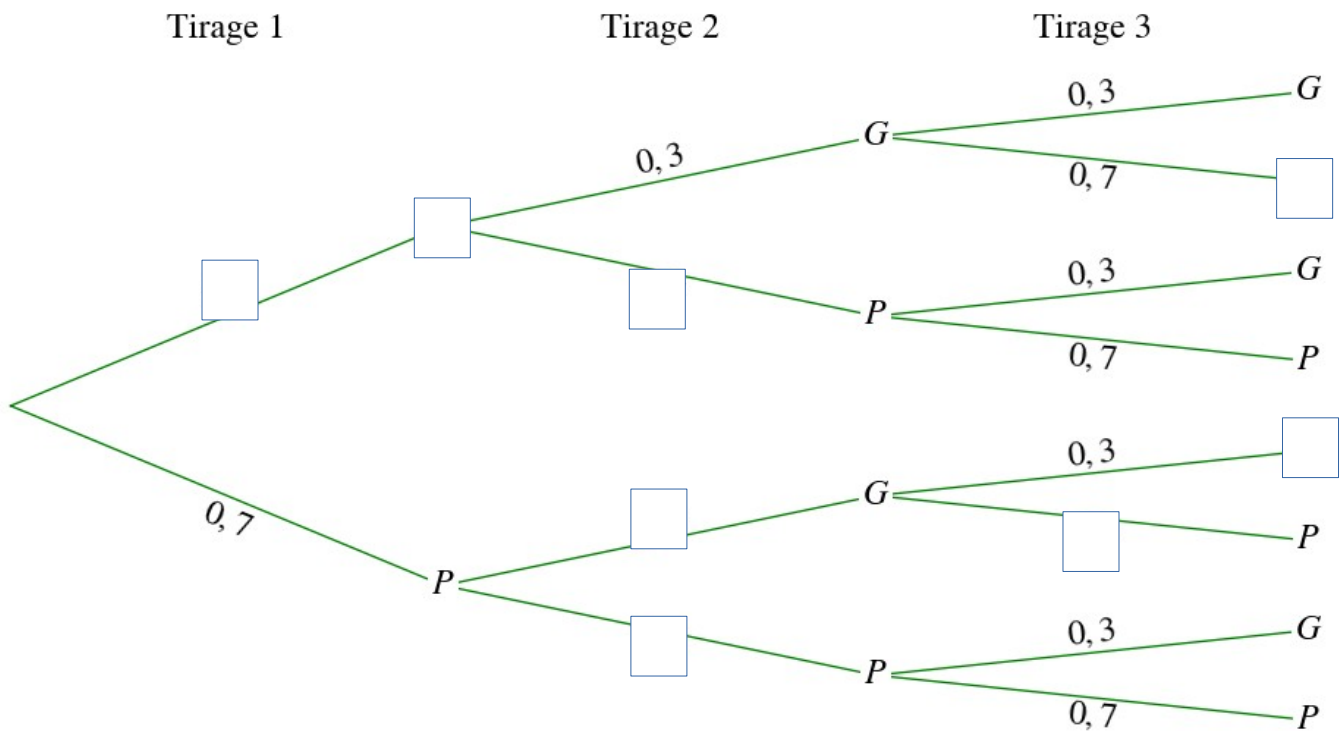
## 8. Arbre pondéré et variable aléatoire dans un schéma de Bernoulli (vidéo 8)

Si le paramètre  $n$  (nombre d'expériences) est faible (inférieur à 4), on peut dresser un arbre pondéré pour représenter la situation.

### Exemple :

Une expérience consiste à tirer au hasard 3 fois de suite une boule en la remettant à chaque fois dans l'urne. La probabilité d'obtenir une boule gagnante est de 0,3 à chaque tirage.

On appelle  $X$  la ..... égale au nombre succès.  
L'expérience est un schéma de Bernoulli, avec une probabilité de succès de ..... renouvelée ..... fois.



- $p(X=3)=\dots\dots\dots$
- $p(X=2)=\dots\dots\dots$
- $p(X=1)=\dots\dots\dots$
- $p(X=0)=\dots\dots\dots$

On dit que X suit une ..... de paramètres  $n=.....$  et  $p=.....$

**9. Utiliser une loi Binomiale avec une calculatrice : (vidéo 9)**

Méthode :

Dans le Menu Run, Touche « OPTN » puis choisir « STAT », « DIST », « BINM » et « Bpd ».

Et saisir les paramètres de l'énoncé :

BinomialePD(Nombre de succès, Nombre d'expériences, Probabilité succès)

Exemple :

X suit donc une loi Binomiale de paramètres  $n=5$  et  $p=0,6$

Calculer  $P(X=2)=\dots\dots\dots$  et  $P(X\leq 2)=\dots\dots\dots$

**10. Utiliser une loi Binomiale avec un tableur : (vidéo 10)**

Saisir dans une cellule : =LOI.BINOMIALE(Nombre de succès, Nombre d'expériences, Probabilité succès, cumulatif ou non)

Exemple :

X suit donc une loi Binomiale de paramètres  $n=10$  et  $p=0,5$ . Calculer la probabilité d'avoir 6 succès.

On cherche  $P(X=6)$

On entre dans la cellule : « =LOI.BINOMIALE(6 ;10 ;0,5 ;FAUX) »

On obtient .....

On cherche  $P(X \leq 6)$

On entre dans la cellule : « =LOI.BINOMIALE(6 ;10 ;0,5 ;VRAI) » et on obtient .....

### 11. Déterminer une loi Binomiale (vidéo 11)

Exemple :

X suit donc une loi Binomiale de paramètres  $n=5$  et  $p=0,3$

Déterminer la loi de probabilité de la variable X consiste à déterminer les probabilités de chacune des valeurs de X qui varie de 0 à  $n=5$  ,  $P(X=0)$  ;  $P(X=1)$  ; .... ;  $P(X=5)$

On détermine cette loi à la calculatrice avec le Menu Statistique et on répond sous forme de tableau :

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$						

### 12. Représentation graphique d'une loi Binomiale

Avec la calculatrice :(vidéo 12)

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètre  $n = 5$  et  $p = 0,4$ .

On représente graphiquement la loi suivie par X par un diagramme en bâtons.

On commence par afficher le tableau de valeurs exprimant  $P(X=k)$  pour k entier,  $0 \leq k \leq 5$  .

Dans « MENU », choisir « TABLE » ;

Dans List 1, entrer les valeurs de 0 à 5

Dans List 2, entrer la loi binomiale en sélectionnant :

Dist (F5) puis Binm (F5) puis Bpd (F1) puis graphique

X	Y1
0	0.07776
1	0.2592
2	0.3456
3	0.2304

Avec le tableur :(vidéo 13)

Saisir dans la cellule B1 :

=LOI.BINOMIALE(A1;5;0,4;0)

Et copier cette formule vers le bas.

puis utiliser le menu représentation graphique.

	A	B	C	D
1	0	0,07776		
2	1	0,2592		
3	2	0,3456		
4	3	0,2304		
5	4	0,0768		
6	5	0,01024		

### 11. Espérance d'une loi Binomiale (vidéo 14)

Définition :

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètre n et p . Lorsqu'on réalise un grand nombre de fois le schéma de Bernoulli correspondant, la ..... du nombre de succès se rapproche d'un nombre appelé ..... de X .

Propriété :

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres n et p alors .....

Exemple :

Pour déterminer à la calculatrice, l'espérance de X sachant que X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètre 6 et 0,2 , on établit d'abord la loi de probabilité de X .

Puis, quand la calculatrice affiche la loi de probabilité sur deux listes, choisir Calc (F2), 1var (F1) et .... donne la moyenne ce qui dans notre cas représente l'espérance X .