Probabilités

1.Définitions et notations de base en probabilités (vidéo 1)

Définition :

Une expérience est ……………….. lorsqu'on ne peut pas prévoir à l'avance quelle sera son résultat.
Les différents résultats possibles sont appelées les ……………….. de l'expérience.
L'ensemble de toutes les issues possible d'une expérience aléatoire forme ………………....

Vocabulaire et notation :

On appelle ……………….. une partie de l'univers d'une expérience aléatoire.
Si A est un événement, alors la probabilité qu'il soit réalisé est notée ………………....

Exemple :

L'expérience aléatoire « lancer un dé à six faces non truqué » possède six issues : ………………..
$\{1;2;3;4;5;6\}$ est donc ……………….. de cette expérience aléatoire. Si on appelle A l'événement obtenir $\{1;2\}$, on notera ………………… sa probabilité de réussite.

Propriété :

Pour calculer la probabilité d'un événement, on calcule ……………………………………
C'est un nombre réel, compris entre ………………....

Exemple :

Si on note A l'événement obtenir $\{1;2\}$, Les deux issues ont la même probabilité de $\frac{1}{6}$, donc

………………….………………

2. Probabilités élémentaires:(vidéo 2)

Cas particulier :

Si l'événement A est ………………..., alors $P(A)=0$. Si l'événement A est ………………..., alors $P(A)=1$.

Définition :

Si A est un événement, on note $\overline{A}$ l'événement ……………….. de A . On a alors ………………..

Exemple :

Si A est l'événement "Obtenir un nombre inférieur ou égal à 2", $\overline{A}$ est "…………………………………
………………..". $\overline{A}$ est réalisé par les issues ……………….. donc ……………………………………
et on a bien ……………………………………

Définition :

On dit que deux expériences aléatoires sont …………………………………… lorsque le résultat de l'une n'a pas d'influence sur le résultat de l'autre.

Exemple 1 :

Si on lance un dé non truqué 10 fois de suite. Un résultat n'influence pas le lancer suivant. Les dix lancers sont ………………....

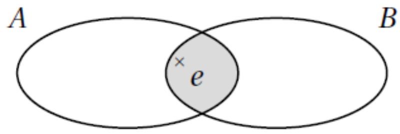
Exemple 2 :

Dans une urne contenant 3 boules noires et 4 boules rouges, on effectue deux tirages successifs ***avec*** remise. Les deux tirages sont ………………....

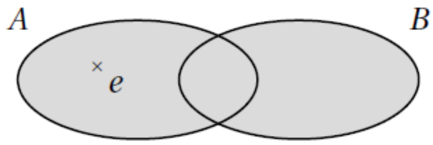
Exemple 3 :
Dans une urne contenant 3 boules noires et 4 boules rouges, on effectue deux tirages successifs ***sans*** remise. Les deux tirages ………………...………………... Le deuxième tirage est ………………... par le résultat du premier.

3. Probabilités et ensembles (vidéo 3)

Définition
………………... de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui sont communs à A et B. On la note ………………
Ainsi si ……………… signifie ……………… et ……………….



Définition
La ……………………………… de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui sont dans A ou dans B. On la note ………………
Ainsi ……………… signifie ……………… ou ……………….



Application aux probabilités : ……………………………………………

2. Arbre pondéré (vidéo 4)

Dans le cas d'expériences aléatoires répétées, il est souvent pratique de représenter la situation par un ……………………………… :
Exemple :
On joue à pile ou face en lancer une pièce non truquée. Le premier lancer peut se résumer ainsi :

Le deuxième lancer peut se résumer ainsi :

Propriété des arbres :
La somme des pondérations verticales après chaque nœud ……………………………….

Exemple :

…………………………………………………………

Règle de calcul de probabilités sur une même branche :
La probabilité d'un événement représenté par un chemin de l'arbre est égal ……………………………… des probabilités rencontrées ……………………………….

Application :
Dans notre exemple, la probabilité d'avoir F puis encore F est ………………………

Règle de calcul de probabilités sur plusieurs branches :
Si un événement est constitué de plusieurs chemins distincts de l'arbre, alors sa probabilité est obtenue en .... les probabilités de chacun de ces chemins.

Application :
Dans notre exemple, la probabilité d'avoir deux fois la même face est ....

5. Variable aléatoire (vidéo 5)

Exemple :
Considérons un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6.
L'ensemble des issues est $\Omega=\{1;2;3;4;5;6\}$. Chaque issue a pour probabilité $\frac{1}{6}$
On convient que si la face 6 apparaît on gagne 5 € , si la face 5 apparaît on gagne 3 €, si la face 4 apparaît on gagne 1 €, sinon on perd 2 €.

On définit une .... qui a chaque issue de associe le « .... » obtenu,
On a $X(.....)=....$; $X(.....)=....$; $X(.....)=....$; $X(.....)=....$; $X(.....)=....$; $X(.....)=....$

Définition : Soit Ω l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire.

Une .... X définie sur Ω associe à chaque issue de Ω un ....

On a donc le schéma : $\boxed{X \text{ (une issue de l'expérience aléatoire) = ...}}$

Une variable aléatoire permet de .... les issues d'une expérience aléatoire.

6.Loi de probabilité (Vidéo 6)

Exemple :
Reprenons l'exemple précédent.
On définit la variable aléatoire X qui a chaque issue de associe le « gain » obtenu,
On a $X(1)=-2$; $X(2)=-2$; $X(3)=-2$; $X(4)=1$; $X(5)=3$; $X(6)=5$
.... correspond à l'événement obtenir ....
.... correspond à l'événement obtenir ....
.... correspond à l'événement obtenir ....
.... correspond à l'événement obtenir ....

On l'écrit ainsi : .... et ....
On peut alors définir la .... de X :

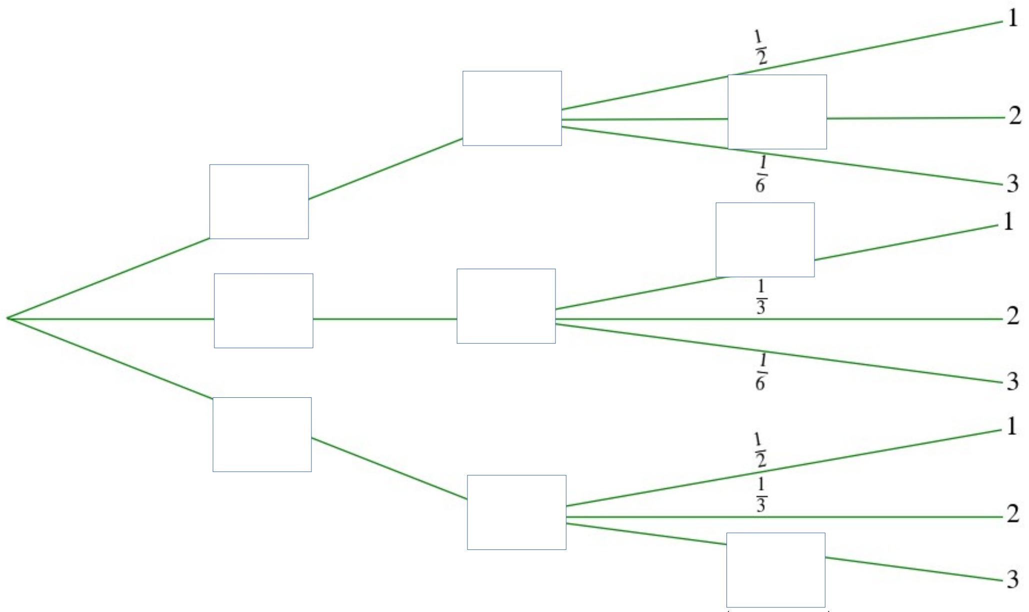
x_i				
$P(X=x_i)$				

Définition :
Soit une variable aléatoire X définie sur un ensemble E et prenant les valeurs $x_1, x_2, ..., x_n$.
La .... de X associe à toute valeur ...., la probabilité ....

7. Loi de probabilité déterminée par un arbre (vidéo 7)

Exemple :
Considérons un dé cubique bien équilibré dont trois faces sont numérotées de 1 ; deux faces numérotées 2 et une face numérotée 3.

On définit la variable aléatoire X qui détermine le nombre de points obtenus en deux lancers.
Déterminer la loi de probabilité de X
On peut schématiser l'expérience avec cet arbre



$P(X=.....)=.......................$

$P(X=.....)=.......................$

$P(X=.....)=.......................$

$P(X=.....)=.......................$

$P(X=.....)=.......................$

On peut alors définir la loi de probabilité de X :

x_i					
$P(X=x_i)$					

8. Espérance d'une variable aléatoire (vidéo 8)

Exemple :
Reprenons l'exemple de la partie 5
Pour rappel, si la face 6 apparaît on gagne 5 € , si la face 5 apparaît on gagne 3 €, si la face 4 apparaît on gagne 1 €, sinon on perd 2 €.
On définit la variable aléatoire X qui a chaque issue de associe le « gain » obtenu,
On peut définir la loi de probabilité de X :

x_i				
$P(X=x_i)$				

.... On note $E(X)=............$

Définition :
Soit X une variable aléatoire définie sur un ensemble E et prenant les valeurs $x_1, x_2, ..., x_n$ alors :
$E(X)=...$
On retient que l'espérance d'une variable aléatoire est la .... obtenue pour un .... de tirage

9. Calculer l'espérance d'une variable aléatoire à la calculatrice (vidéo 9)

Exemple :

Reprenons le dernier exemple, avec la loi de probabilité de X :

x_i	-2	1	3	5
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

On utilise le Mode STAT de la calculatrice, les x_i sont entrés dans la LIST 1 ;
$P(X=x_i)$ dans LIST 2.

Vérifier dans le menu Set que les effectifs sont bien comptés.

L'espérance est donnée par la moyenne de cette série : $\overline{x}$