

Suites numériques

Activité :

1. On donne cette liste de quatre nombres : 1 ; 3 ; 5 ; 7
 1. Quels sont les deux nombres qui suivent cette liste ?
 2. On voudrait calculer le 20ème nombre de cette liste. Comment faire ?
2. On donne cette liste de quatre nombres : 1 ; 2 ; 4 ; 8
 1. Quels sont les deux nombres qui suivent cette liste ?
 2. On voudrait calculer le 20ème nombre de cette liste. Comment faire ?

1. Définition et notations d'une suite numérique :

1. Définition et notations :

Une suite numérique est une liste de nombre réels, appelés des termes, qui sont « numérotés ».

Exemple :

Dans la première activité : Le premier terme est ; le deuxième terme

2. Notations :

On note souvent (u_n) une suite numérique.

n représente le rang (le numéro) du terme.

Ainsi, en reprenant la première activité, on aurait :

$$u_1=1 \quad ; \quad u_2=\dots \quad ; \quad \dots\dots\dots=7$$

On dit que u_4 est le terme de rang 4.

On cherchera souvent à exprimer le terme général de rang n : u_n

Le terme de rang $n-1$ est :.....

3. Premier terme :

Selon les situations, on pourra faire commencer la suite par u_0 ou u_1 .

Dans la deuxième activité, si $u_0=1$; alors $u_1=\dots$; $u_4=\dots$

2. Les deux principaux modes de génération d'une suite :

1. Suite définie par une fonction explicite :

Une suite (u_n) est définie de manière explicite si son terme général s'écrit en fonction de n

Exemple :

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier n par $u_n=3n+1$

Calculer les 3 premiers termes de la suite (u_n) :

Calculer son 100ème terme :

2. Suite définie par une relation de récurrence :

1. Définition :

Une suite (u_n) est définie par récurrence si on connaît son premier terme et si son terme général s'écrit en fonction de termes précédents.

Exemple :

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier n par
$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$$

Calculer $u_1 = \dots$; $u_2 = \dots$; $u_3 = \dots$; $u_7 = \dots$

Que dire de $u_{100} = \dots$

3. Sens de variation d'une suite :

1. Définitions :

- Une suite (u_n) est croissante sur \mathbb{N} , si et seulement si, pour tout n , $u_{n+1} \geq u_n$
- Une suite (u_n) est décroissante sur \mathbb{N} , si et seulement si, pour tout n ,
- Une suite est monotone si elle est croissante sur \mathbb{N} ou décroissante sur \mathbb{N}

2. Méthode :

A l'usage, il est souvent pratique d'étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$:

Si $u_{n+1} - u_n > 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, alors la suite (u_n) est

Si $u_{n+1} - u_n < 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, alors la suite (u_n) est

3. Exemples :

- Étudier le sens de variation de la suite (u_n) définie pour tout entier n par $u_n = 2n + 4$

- Étudier le sens de variation de la suite (u_n) définie pour tout entier n par $u_n = n^2$

- Étudier le sens de variation de la suite (u_n) définie pour tout entier n par
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$$

4. Représentation graphique d'une suite :

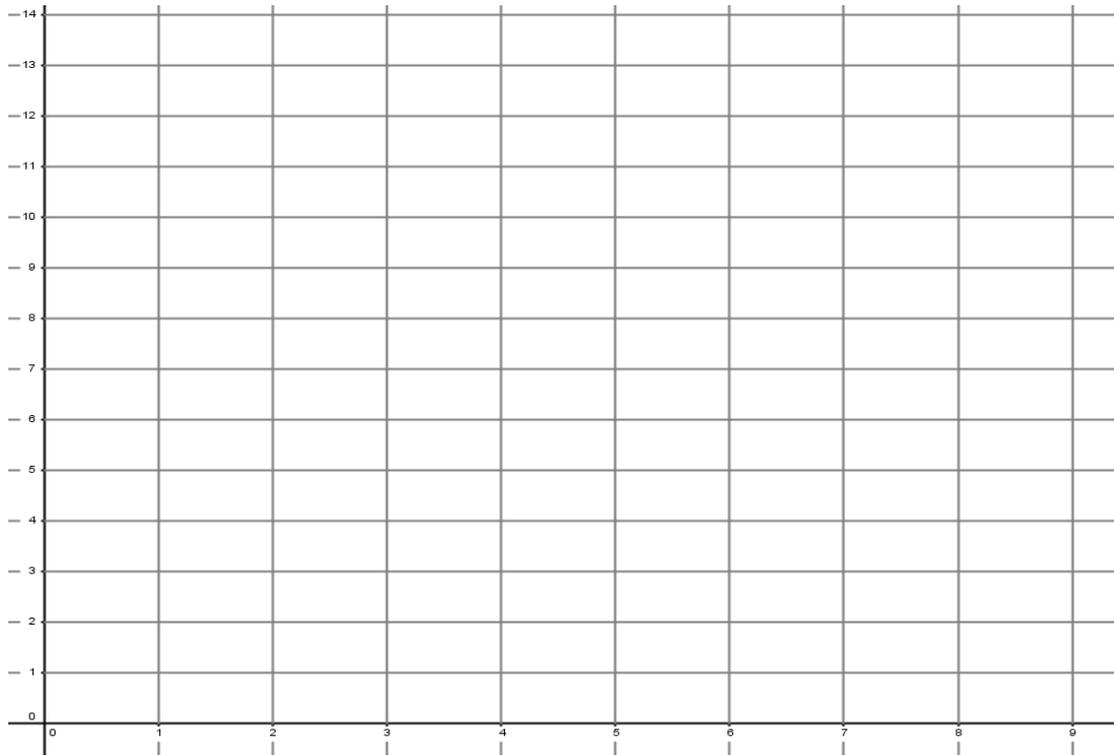
1. Propriété :

On peut représenter graphiquement une suite numérique, comme on le fait pour une fonction, en plaçant les indices n sur les abscisses et les valeurs du terme correspondant en ordonnées.

2. Exemple :

Représenter graphiquement les suites (u_n) et (v_n) définie pour tout entier n

$$\text{par } u_n = 3n - 4 \text{ et } \begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = 2v_n - 1 \end{cases}$$



Plan de travail suites numériques :

Exercice 1 :

Pour tout tout entier n , $u_n = 3n^2 + 4n$. Calculer u_0 ; u_1 et u_{10}

Exercice 2 :

Calculer les trois premiers termes de chaque suite :

1. $u_n = 3n^2 + 4n$ pour tout tout entier n
2. $u_n = 3^n$ pour tout tout entier n
3. $u_n = \frac{2 \times 5}{n} + 3$ pour tout tout entier n non-nul.

Exercice 3 :

Calculer les trois premiers termes de chaque suite :

1. $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 5u_n - 1 \end{cases}$ pour tout tout entier n
2. $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n \end{cases}$ pour tout tout entier n our tout tout entier n

Exercice 4 :

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n par $u_n = -0,5n + 1$
Calculer u_{100} et représenter graphiquement (u_n)