Suites numériques

Activité :

1. On donne cette liste de quatre nombres : 1 ; 3 ; 5 ; 7
    1. Quels sont les deux nombres qui suivent cette liste ?
    2. On voudrait calculer le 20ème nombre de cette liste. Comment faire ?

2. On donne cette liste de quatre nombres : 1 ; 2 ; 4 ; 8
    1. Quels sont les deux nombres qui suivent cette liste ?
    2. On voudrait calculer le 20ème nombre de cette liste. Comment faire ?

---

1. Définition et notations d'une suite numérique :

Définition et notations :

Définition intuitive :

Une suite numérique est une liste de nombre réels, appelés des termes, qui sont « numérotés ».

Définition mathématique :

Une fonction numérique $u : n \rightarrow u(n)$ définie sur $\mathbb{N}$ est appelée suite numérique.
Les images sont appelés des **termes** de la suite et sont notés u_n qu'on lit « **u indice n** »
Les antécédents n, des entiers naturels, sont appelés les **rangs** (ou les **indices**) des termes.

Exemple :

Dans la première activité, on avait : 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; ....
Si on appelle u_1 le premier terme, on aurait : $u_1 = ...$; $u_2 = ...$; ....$= 7$
u_4 est le terme de rang ....

Premier terme :

Selon les situations, on pourra faire commencer la suite par u_0 ou u_1 .
Dans la deuxième activité, si $u_0 = 1$; alors $u_1 = ...$; $u_4 = ...$

2. Les deux principaux modes de génération d'une suite :

1. Suite définie par une fonction explicite :

Définition :

Une suite (u_n) est définie de manière explicite si son terme général s'écrit en fonction de n

Exemple :

Reprenons encore la première activité.
Par quelle relation pourrions nous définir la suite (u_n) définie pour tout entier n ?
Pour tout entier n, on aurait : $u_n = ...$
Calculer $u_{100} = ...$

2. Suite définie par une relation de récurrence :

Définition :

Une suite (u_n) est définie par récurrence si on connaît **son premier terme** et si son terme général s'écrit en fonction de **termes précédents**.

Exemple :
Reprenons l'activité 2 de départ :
On avait : $u_0=...$ $u_1=...$; $u_2=...$ $u_3=...$; $u_4=...$
Comment passe-t-on d'un terme au suivant :........................
On peut exprimer cette suite ainsi : $\begin{cases} u_0=..... \\ u_{n+1}=................. \end{cases}$

Attention !
Il ne faut pas confondre u_{n+1} qui est ....
et u_n+1 qui vaut ....

3. Sens de variation d'une suite :

Définitions :

- Une suite (u_n) est croissante sur $\mathbb{N}$, si et seulement si, pour tout n , $u_{n+1}\geq u_n$
- Une suite (u_n) est décroissante sur $\mathbb{N}$, si et seulement si, pour tout n , ...
- Une suite est monotone si elle est croissante sur $\mathbb{N}$ ou décroissante sur $\mathbb{N}$

Méthode :
A l'usage, il est souvent pratique :
Soit d'étudier le signe de $u_{n+1}-u_n$:
Si $u_{n+1}-u_n>0$ pour tout $n\in\mathbb{N}$, alors la suite (u_n) est ....
Si $u_{n+1}-u_n<0$ pour tout $n\in\mathbb{N}$, alors la suite (u_n) est ....

Exemples : En étudiant le signe de $u_{n+1}-u_n$ donner le sens de variation de

- La suite (u_n) définie pour tout entier n par $u_n=2n+4$

- La suite (u_n) définie pour tout entier n par $u_n=n^2$

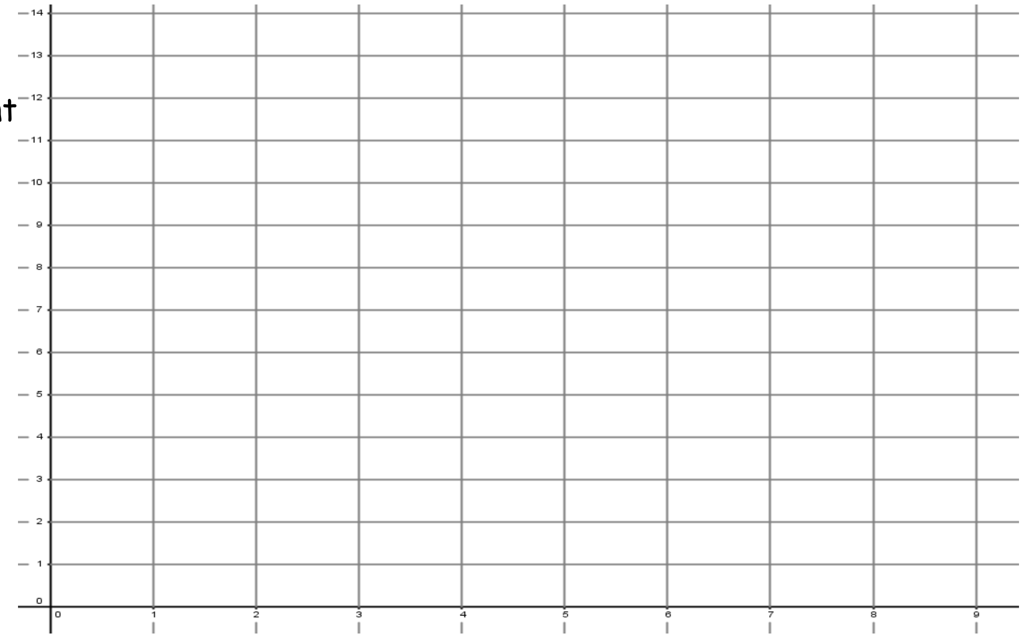
- La suite (u_n) définie pour tout entier n par $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=u_n+3 \end{cases}$

4. Représentation graphique d'une suite :

Propriété :
On peut représenter graphiquement une suite numérique, comme on le fait pour une fonction, en plaçant les indices n sur les abscisses et les valeurs du terme correspondant en ordonnées.

<u>Exemple :</u>
Représenter graphiquement les suites (u_n) et (v_n) définie pour tout entier n par

$u_n = 3n - 4$ et $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = 2v_n - 1 \end{cases}$



Plan de travail suites numériques :

<u>Exercice 1 :</u>
Calculer les trois premiers termes de chaque suite :

1. $u_n = 3n^2 - 2n + 1$ pour tout tout entier n
2. $u_n = 3^n$ pour tout tout entier n
3. $u_n = \frac{5}{n} + 3$ pour tout tout entier n non-nul.

<u>Exercice 2 :</u>
Calculer les trois premiers termes de chaque suite :

1. $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 5u_n - 1 \end{cases}$ pour tout tout entier n
2. $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} u_n \end{cases}$ pour tout tout entier n

<u>Exercice 3 :</u>
Utiliser la calculatrice pour trouver les 10 premiers termes des suites (u_n) :

- Définie pour tout tout entier n , par $u_n = 3n^2 + 4n$.

u_0									

- Définie pour tout tout entier n , par . $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^2 - 5}{2} \end{cases}$

u_0									