Devoir surveillé de mathématiques

Nom **Prénom :** **Classe :**

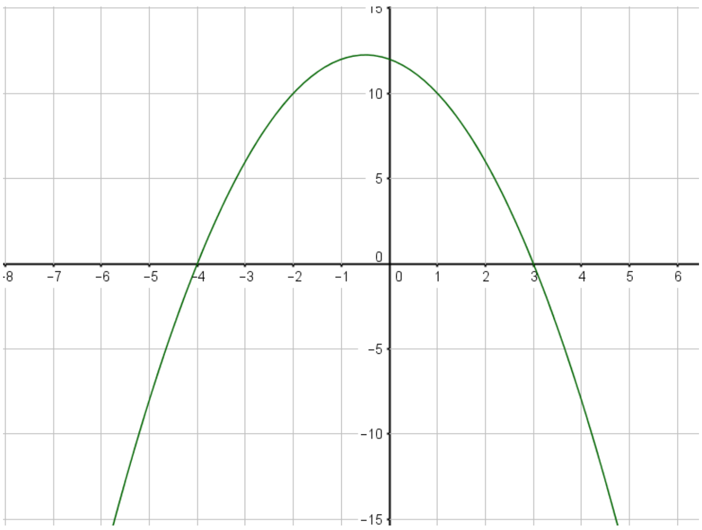
		RR	R	V	VV
A20	Déterminer des informations sur un Polynôme à partir d'informations graphiques.				
A24	Déterminer le signe d'un trinôme du second degré				
R11	Dresser un tableau de signes				
A10	Utiliser et connaître le signe d'une fonction affine				
A27	Résoudre une inéquation utilisant le second degré				
A33	Connaître et utiliser le lien entre le nombre dérivé et le coefficient directeur de la tangente.				
A32	Déterminer l'équation de la tangente à Cf au point d'abscisse a par lecture graphique				
A34	Connaître les fonctions dérivées des fonctions de référence.				
A35	Connaître les règles opératoires de dérivation.				
T12	Utiliser les fonctionnalités de sa calculatrice en réponse à une situation				
A36	Utiliser les règles opératoires de dérivation.				
A31	Déterminer l'équation de la tangente à Cf au point d'abscisse a par le calcul				
A37	Connaître et utiliser le lien sur un intervalle entre le signe de la dérivée et le sens de variation.				
A38	Connaître et utiliser le lien entre les zéros de la dérivée et les extrêma locaux de la fonction.				
A111	Résoudre graphiquement une équation ou une inéquation.				
A12	Construire la représentation graphique d'une fonction affine				
A21	Déterminer le tableau de variation d'une fonction du second degré				
A28	Mettre en oeuvre ses compétences sur le second degré dans la résolution de problèmes.				
V14	Rédiger avec rigueur, expliquer sa démarche de façon cohérente				
V15	Savoir refaire les démonstrations, les méthodes, les rédactions modèles				
V13	Bien utiliser le vocabulaire, les symboles mathématiques, les notations,...				
C10	Présentation copie (numérotation, soin, lisibilité, marge,...)				

Exercice 1 :

On a représenté ci-contre un polynôme P du second degré de la forme $P(x)=ax^2+bx+c$

Répondre en expliquant :

1. Quel est le signe de a ?
2. Quel est le signe du discriminant du polynôme ?
3. Donner les racines éventuelles du polynôme

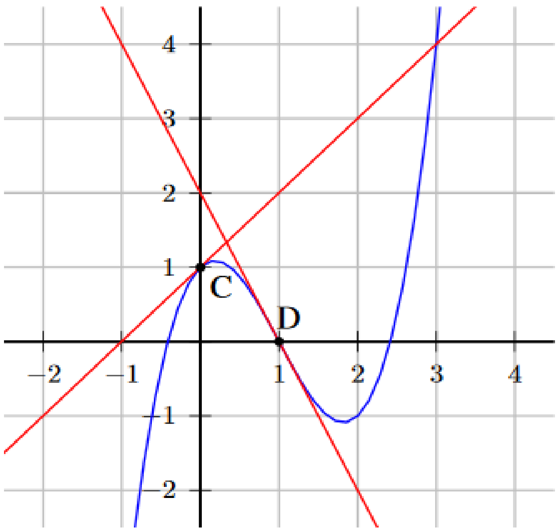


Exercice 2 :

On a tracé C_g , la courbe représentative de la fonction g définie sur ℝ ainsi que la tangente à C_g aux points C et D d'abscisses respectives 0 et 1.

Répondre par lecture graphique aux questions suivantes :

1. $g'(0)=$........
2. Équation de la tangente à C_g au point C :
$(T_0): y$......
3. $g'(1)=$........
4. Équation de la tangente à C_g au point D :
$(T_0): y$......



Exercice 3 :

Soient u et v sont deux fonctions dérivables sur I et k est un réel quelconque.

On suppose que v ne s'annule pas sur I.

Compléter le tableau :

f de la forme...	Dérivée de f
$k \times u$	
$u+v$	
$u \times v$	
$\frac{u}{v}$	

Exercice 4 :

Donner directement, sans justification la dérivée des fonctions suivantes, définies sur [1 ; 10] :

f définie par ...	Dérivée de f
$f_1(x)=3x+2$	$f'_1(x)=....$
$f_2(x)=\frac{1}{x}$	$f'_2(x)=....$
$f_3(x)=x^3$	$f'_3(x)=....$
$f_4(x)=\sqrt{x}$	$f'_4(x)=....$

Exercice 5 :

Soit g la fonction définie par $g(x)=2x\sqrt{x}$ sur $]0;+\infty[$. Déterminer la dérivée de g sur $\mathbb{R}$

Exercice 7:

Donner directement, sans justification, en utilisant votre calculatrice, :

1. Le nombre dérivée de la fonction f définie par $f(x)=\frac{7-x^2}{x+3}$ en $x=1$

2. L'équation de la Tangente (T) à la courbe (C) représentative de la fonction f définie par $f(x)=\frac{x+3}{3x+1}$ en $x=1$

Exercice 8 :

Soit f la fonction définie par $f(x)=\frac{2-x}{1-3x}$ sur $]-\infty;0[$

Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) représentative de la fonction f en $x=0$

Exercice 9 :

Soit f la fonction définie par $f(x)=\frac{-x^3}{3}-2x^2+5x+1$ sur $\mathbb{R}$. Étudier les variations de f

Exercice 10 :

Une entreprise fabrique un produit « Bêta ». La production mensuelle ne peut pas dépasser 15 000 articles.

Le coût total, exprimé en milliers d'euros, de fabrication de x milliers d'articles est modélisé par la fonction C définie sur $[0;15]$ par $C(x)=0,5x^2+0,6x+8,16$.

La représentation graphique Γ de la fonction coût total est donnée dans l'annexe à rendre avec la copie.

On admet que chaque article fabriqué est vendu au prix unitaire de 8 €.

1. Qu'est ce qui est plus avantageux pour l'entreprise fabriquer et vendre 4000 articles ou fabriquer et

vendre 1200 articles ?

2. On désigne par $R(x)$ le montant en milliers d'euros de la recette mensuelle obtenue pour la vente de x milliers d'articles du produit « Bêta ». On a donc $R(x)=8x$.

Tracer dans le repère donné en annexe, la courbe représentative D de la fonction recette.

3. Par lecture graphique et avec la précision permise par le dessin, déterminer :

– l'intervalle dans lequel doit se situer la production x pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif ;

– la production x_0 pour laquelle le bénéfice est maximal.

4. On désigne par $B(x)$ le bénéfice mensuel, en milliers d'euros, réalisé lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles.

a. Montrer que le bénéfice exprimé en milliers d'euros, lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles, est donné par $B(x)=-0,5x^2+7,4x-8,16$, avec $x\in[0;15]$.

b. Étudier le signe de $B(x)$. En déduire la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice (positif).

c. Étudier les variations de la fonction B sur $[0;15]$. En déduire le nombre d'articles qu'il faut fabriquer et vendre chaque mois pour obtenir un bénéfice maximal. Quel est le montant en euro, de ce bénéfice maximal ?

ANNEXE