Devoir surveillé de mathématiques
Classe de1ère ES-L

Nom **Prénom :**

		RR	R	V	VV
1ES.A32	Déterminer l'équation de la tangente à Cf au point d'abscisse a par lecture graphique				
1ES.A33	Connaître et utiliser le lien entre le nombre dérivé et le coefficient directeur de la tangente.				
1ES.T12	Utiliser les fonctionnalités de sa calculatrice en réponse à une situation				
1ES.A35	Connaître les règles opératoires de dérivation.				
1ES.A36	Utiliser les règles opératoires de dérivation.				
1ES.A31	Déterminer l'équation de la tangente à Cf au point d'abscisse a par le calcul				
1ES.A37	Connaître et utiliser le lien sur un intervalle entre le signe de la dérivée et le sens de variation.				
1ES.A34	Connaître les fonctions dérivées des fonctions de référence.				
1ES.A24	Déterminer le signe d'un trinôme du second degré				
1ES.A38	Connaître et utiliser le lien entre les zéros de la dérivée et les extrêma locaux de la fonction.				
1ES.V13	Bien utiliser le vocabulaire, les symboles mathématiques, les notations,...				
1ES.V14	Rédiger avec rigueur, expliquer sa démarche de façon cohérente				
1ES.V15	Savoir refaire les démonstrations, les méthodes, les rédactions modèles				
1ES.C10	Présentation copie (numérotation, soin, lisibilité, marge,...)				

Exercice 1 :

Déterminer les dérivées des fonctions g et h , définies sur $\mathbb{R}$:

$g(x)=\frac{2}{3}x^3+x^2-2x+2$ $\qquad h(x)=x^2+2$

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=4x^2-3x+5$.

1. Calculer $f(-1)$
2. Calculer le nombre dérivée de f en 2
3. Calculer $f'(-1)$

Exercice 3 :

Un laboratoire pharmaceutique fabrique et commercialise un produit. Ce laboratoire peut produire de 5 à 30 kg du produit par semaine.

A) Étude graphique du bénéfice :

Le laboratoire s'intéresse maintenant au coût total de production, exprimé en euros et modélisé par la fonction C dont l'expression est

$$C(x)=\frac{1}{3}x^3-11x^2+100x+72,$$

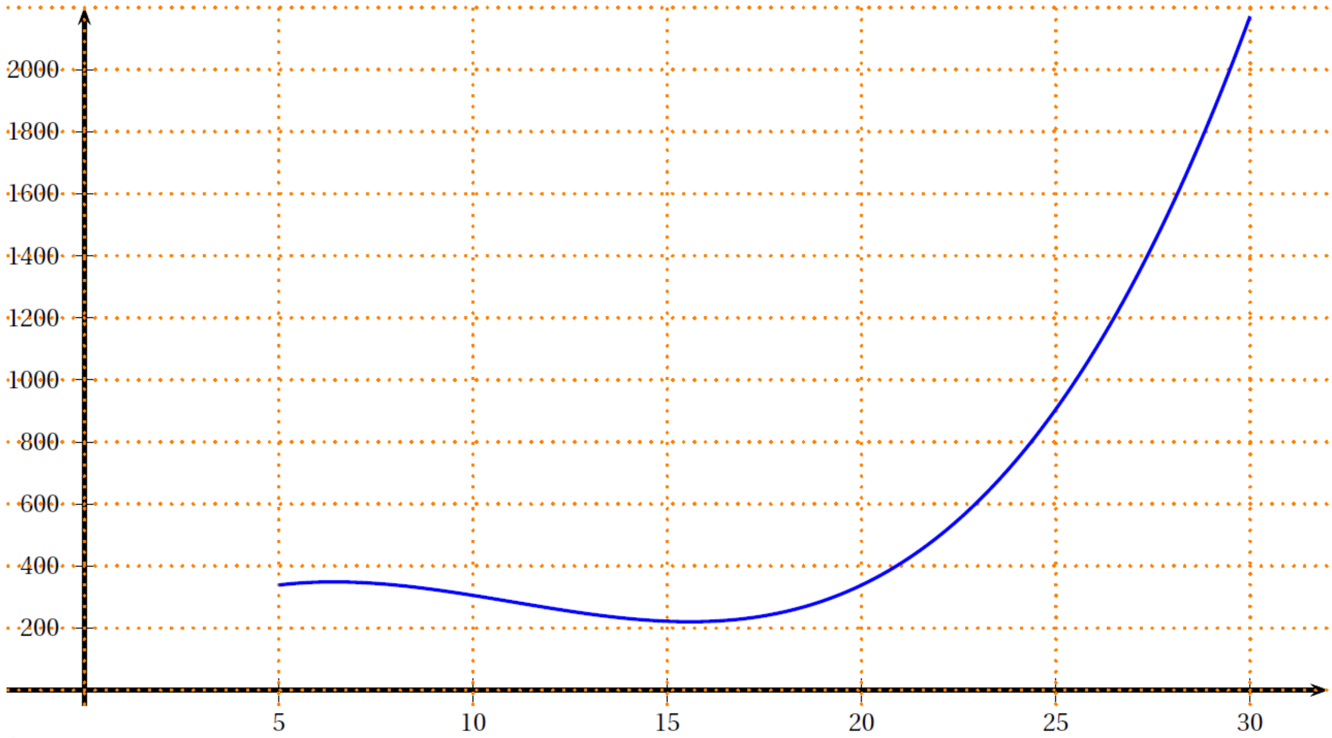
où x appartient à l'intervalle $[5\,;\,30]$.

La courbe représentative de la fonction C sur l'intervalle $[5\,;\,30]$ est donnée ci-dessous.

1. Par lecture graphique, estimer la quantité dont le coût total de production est de 600 €.
   On laissera apparents les traits nécessaires à la lecture graphique.
2. **a.** Après une étude de marché, le prix de vente du produit a été estimé à 60 € le kg. Donner, en fonction de x, l'expression $R(x)$ de la fonction R modélisant la recette.

   b. Représenter graphiquement, sur la feuille annexe 1, la fonction R sur l'intervalle $[5\,;\,30]$.

   c. Le laboratoire souhaite connaitre l'intervalle dans lequel doit se trouver la quantité de produit à vendre pour réaliser un bénéfice. Quel est cet intervalle ?
   On laissera apparents les traits nécessaires à la lecture graphique.



B) Étude algébrique du bénéfice :

Le bénéfice réalisé par l'entreprise, c'est-à-dire la différence entre la recette et le coût de production, est exprimé en euros et modélisé par la fonction B dont l'expression est

$$B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 11x^2 - 40x - 72,$$

où x appartient à l'intervalle $[5\,;\,30]$.

1. Visualiser à la calculatrice la courbe représentative de la fonction B puis conjecturer ses variations sur l'intervalle $[5\,;\,30]$.
2. Déterminer $B'(x)$ puis déterminer son signe sur l'intervalle $[5\,;\,30]$.
3. En déduire les variations de B sur l'intervalle $[5\,;\,30]$.
4. **a.** On considère que la production est entièrement vendue. Déterminer la quantité à produire pour réaliser un bénéfice maximum.

   b. Le service de commercialisation du laboratoire a fixé un objectif de vente entre 15 kg et 24 kg pour la semaine à venir. Quel est le **bénéfice minimum** envisageable ?