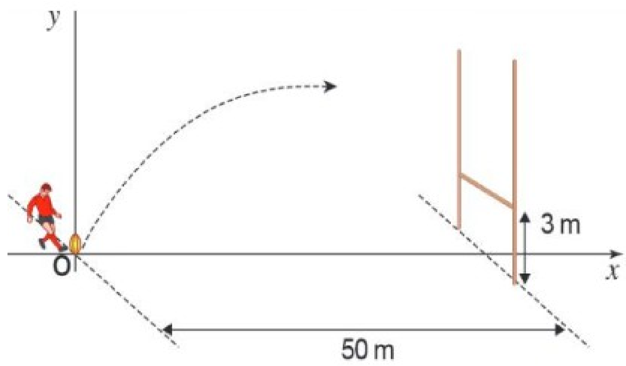
Correction éxercice modélisation avec le second degré

Au moment du coup de pied, le ballon de rugby se trouve au sol, en O , face aux poteaux de pénalité à une distance de 50 mètres. Le buteur le fait partir dans le plan (xOy) avec un angle de $50°$ par rapport au sol horizontal.



Les lois de la physique permettent de modéliser la trajectoire du ballon par un arc de la courbe d'équation : $y=-0{,}02x^2+1{,}19x$

(y mesure en mètre la hauteur du ballon pour une distance au sol de x mètres)

1) La pénalité est réussie si le ballon passe au dessus de la barre . Le joueur a-t-il marqué la pénalité ?

   On cherche la hauteur du ballon à 50 m du joueur. On cherche donc y quand $x=50$

   $y=-0{,}02\times 50^2+1{,}19\times 50=9{,}5$

   Le ballon sera donc à 9,50 m de hauteur au passage des poteaux. La pénalité sera donc marquée.

2) Jusqu'à quelle hauteur le ballon s'est-il élevé ?

   Pour déterminer la hauteur maximale du ballon, on cherche le sommet de la parabole.

   Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-0{,}02x^2+1{,}19x$

   On sait que f admet un sommet en $S(\alpha;\beta)$ avec $\alpha=-\frac{b}{2a}$

   ici : $a=-0{,}02$ et $b=1{,}19$ d'où $\alpha=-\frac{1{,}19}{-0{,}04}=29{,}75$

   la hauteur maximale est atteinte à 29,75 m du joueur.

   Pour déterminer la hauteur, on calcule $f(\alpha)=f(29{,}75)=-0{,}02\times 29{,}75^2+1{,}19\times 29{,}75\approx 17{,}7$

   Le ballon atteint la hauteur maximale d'environ 17,70 m

3) A combien de mètres derrière la ligne de but le ballon est-il retombé à terre ?

   Le ballon retombe à terre quand son altitude est nulle donc quand $y=0$

   On résout $y=-0{,}02x^2+1{,}19x=0$

   En factorisant, on obtient l'équation équivalente $x(-0{,}02x+1{,}19)=0$

   Un produit est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul

   $x=0$ ou $-0{,}02x+1{,}19=0$

   $x=0$ ou $x=\frac{-1{,}19}{-{,}02}=59{,}5$

   L'équation admet donc deux solutions $S=\{0;59{,}5\}$

   Le ballon retombe à terre à 59,50 m du joueur, donc 9,50 m derrière la ligne de but.