

Plan de travail : modéliser avec les suites arithmétiques et géométriques

Exercice 1 :

En 2010, une ville U avait 4000 habitants et la ville S avait 1500 habitants. Depuis cette date, la population de la ville U baisse de 200 habitants par an et celle de la ville S augmente de 400 habitants par an. On pose $U_0=4000$ et on note le nombre d'habitants de la ville U_n en $(2010+n)$.

On pose $S_0=1500$ et on note S_n le nombre d'habitants de la ville S en $(2010+n)$.

1. Calculer les nombres d'habitants des villes U et S en 2011.
2. Montrer que les suites (U_n) et (S_n) sont arithmétiques et donner leurs termes de rang n.
3. Résoudre l'inéquation $U_n \leq S_n$ et en déduire à partir de quelle année le nombre d'habitants de la ville U est devenu inférieur au nombre d'habitants de la ville S.

Exercice 2 :

Christelle a placé, le 1er janvier 2015, 1500 € sur un compte d'épargne rémunéré à 5,5 % à intérêts composés. On note C_n le capital au 1er janvier $(2015+n)$. On a donc $C_0=1500$.

1. Calculer C_1 puis C_2
2. Écrire C_{n+1} en fonction de C_n .
3. La suite (C_n) est-elle arithmétique, géométrique ? Justifier votre réponse. Donner son terme initial et sa raison.
4. Écrire C_n en fonction de n. Déterminer le sens de variation de la suite (C_n) ; Comment nomme-t-on ce type de croissance ?

Exercice 3 :

Une entreprise réalise 10.000 € de bénéfice par mois lors de la 1re année (en 2015). A la fin de l'année 2015, après avoir déduit impôts et investissement, Mr Raoul constate un reste de 8% du bénéfice de l'année. Il appelle cette somme « bénéfice net de l'année 2015 » en €.

On la notera B_0 .

1. Montrer que $B_0=9600$
2. Grâce à l'amélioration de l'outil de production, on suppose que le « bénéfice net » augmentera de 3 % par an.
 - a. Calculer le bénéfice net B_1 réalisé au cours

de l'année 2016.

- b. Quelle est la nature de la suite (B_n) ? Justifier.
- c. Donner le « bénéfice net » prévu en 2020.
- d. A l'aide de la calculatrice, déterminer en quelle année le « bénéfice net » de l'année sera supérieur à 12000 €.

Exercice 4:

Une société de distribution A voit son chiffre d'affaires augmenter tous les ans de 2,5% depuis l'an 2010. Son chiffre d'affaires en 2010 a été de 710 k€ (soit 710 000 €). On note un le chiffre d'affaires, exprimé en k€, de la société A en $(2010+n)$, donc $U_0=710$.

Pendant ce temps, la société de distribution B voit son chiffre d'affaires baisser de 15 k€ tous les ans depuis l'an 2010. Le chiffre d'affaires de la société B en 2010 a été de 890 k€ (soit 890 000 €).

On note V_n le chiffre d'affaires, exprimé en k€, de la société B en $(2010+n)$, donc $V_0=890$.

- 1.a. Écrire U_{n+1} en fonction de U_n
- b. En déduire la nature de (U_n) .
- c. Écrire un en fonction de n. Déterminer le sens de variation de la suite (U_n) ; comment nomme-t-on ce type de croissance ?
- d. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année le chiffre d'affaires de la société A aura dépassé 850 k€.

2. a. Écrire V_{n+1} en fonction de V_n .
- b. En déduire la nature de (V_n) .
- c. Écrire V_n en fonction de n. Déterminer le sens de variation de la suite (V_n) ; comment nomme-t-on ce type de croissance ?
- d. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année le chiffre d'affaires de la société B sera inférieure à 800 k€.

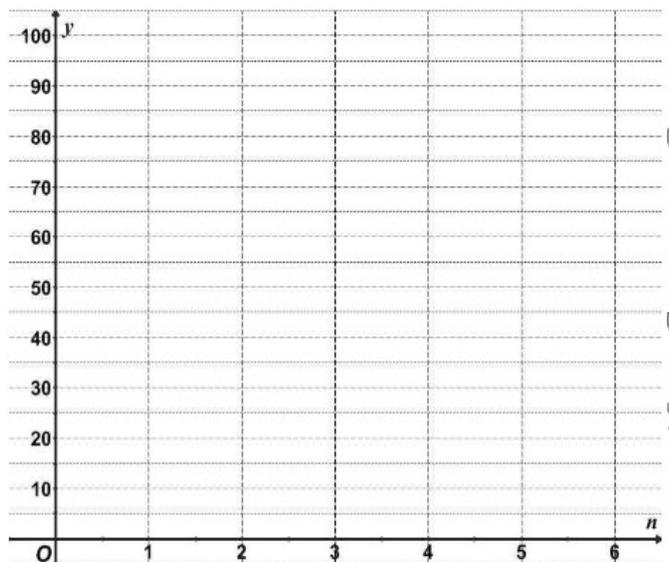
3. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année le chiffre d'affaires de la société A sera supérieur à celui de la société B.

On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 95$ et de raison -10 et la suite géométrique (v_n) de premier terme $v_0 = 5$ et de raison 2 .

a. Donner le type de croissance et le sens de variation respectif des suites (u_n) et (v_n) . Justifier votre réponse.

b. Calculer puis placer sur le graphique ci-contre, les termes $u_0, u_1, u_2, u_3, u_4, v_0, v_1, v_2, v_3$ et v_4 .

c. Résoudre graphiquement $u_n < v_n$.



1.

Exercice 3 :

Calculer le capital qui, placé au taux annuel de $3,62\%$ à intérêts composés, a acquis une valeur de $12628,08 \text{ €}$ en 11 ans (donner la valeur arrondie au centime d'euro près).