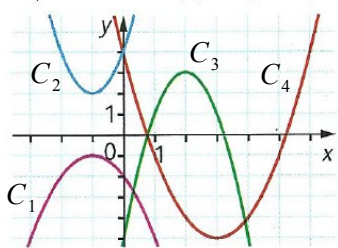


Correction devoir surveillé de mathématiques n°1 :

Exercice 1 :

Associer, en justifiant rapidement, chacune de ces fonctions à sa courbe représentative :

$$\begin{array}{ll} f(x) = -(x+1)^2 - 1 & h(x) = (x-3)^2 - 5 \\ g(x) = -2(x-2)^2 + 3 & i(x) = 2(x+1)^2 + 2 \end{array}$$



On reconnaît des fonctions du second degré sous forme canoniques, dans lesquelles on isolera a , α et β :

Fonction f : $a=-1$ donc parabole tournée vers le bas, $\alpha=-1$ et $\beta=-1$ donc sommet en $(-1; -1)$. C'est la courbe C_1

Fonction g : $a=-2$ donc parabole tournée vers le bas, $\alpha=2$ et $\beta=3$ donc sommet en $(2; 3)$. C'est la courbe C_3

Fonction h : $a=1$ donc parabole tournée vers le haut, $\alpha=3$ et $\beta=-5$ donc sommet en $(3; -5)$. C'est la courbe C_2

Fonction i : $a=2$ donc parabole tournée vers le haut, $\alpha=-1$ et $\beta=2$ donc sommet en $(-1; 2)$. C'est la courbe C_4

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -3x^2 + 12x - 8$

1. Montrer que pour tout x , $f(x) = -3(x-2)^2 + 4$

On part de $-3(x-2)^2 + 4 = -3(x^2 - 4x + 4) + 4 = -3x^2 + 12x - 12 + 4 = -3x^2 + 12x - 8 = f(x)$ CQFD

2. Dresser le tableau de variations de f sur $[-1; 4]$

f est une fonction du second degré. Avec la forme canonique trouvée en 1. on déduit que :

$a=-3$ donc parabole tournée vers le bas, $\alpha=2$ et $\beta=4$ donc la parabole admet un sommet en $(2; 4)$.

La fonction f est donc croissante sur $[-1; 2]$ puis décroissante sur $[2; 4]$

x	-1	2	4
$f(x) = -3x^2 + 12x - 8$	-1	4	-8

Exercice 3 :

$$-2x^2 - 4x - 2 = 0$$

On reconnaît une équation du second degré nulle, avec les coefficients :

$$a=-2; b=-4; c=-2. \text{ On calcule le discriminant : } \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\text{d'où } \Delta = (-4)^2 - 4 \times (-2) \times (-2) = 16 - 16 = 0$$

$$\text{L'équation admet une seule solution : } x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{-4} = -1 \text{ finalement } S = \{-1\}$$

Exercice 3 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a. $-2x^2 - 4x - 2 = 0$

b. $x^2 + 3x + 4 = 5$

Exercice 4 :

Donner l'expression factorisée, si elle existe, de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -5x^2 - 14x + 3$$

Exercice 5 :

Déterminer le signe de la fonction suivante g , définie sur $I = [-10; 10]$, par

$$g(x) = -x^2 - 24x - 156$$

Exercice 6 :

Soit f la fonction définie sur $I = \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{4}\}$ par $f(x) = \frac{-1,5x^2 - 1,5x + 18}{4x - 1}$. Résoudre $f(x) > 0$

Exercice 7 :

1. Résoudre



2. Le bénéfice total de fabrication de x milliers de smartphones, exprimés en milliers d'euros, est donné par

En utilisant la question 1., déterminer la production permettant de réaliser un bénéfice supérieur à 250 000 €