correction exercices 6-7-8 second degré

▷ **Exercice 6:**
Associer à chacune des polynômes ci-dessous sa représentation graphique :

$A(x) = x^2+4x+5$
$a=1>0$ donc parabole tournée vers le haut
$\alpha = -\dfrac{b}{2a} = -2$ donc courbe 1

$B(x) = -x^2+2x+2$
$a=-1<0$ donc parabole tournée vers le bas
$\alpha = -\dfrac{b}{2a} = 1$
$\beta = f(\alpha) = f(1) = 3$
donc courbe 2

$C(x) = 4x^2-4x+1$
$a=4>0$ donc parabole tournée vers le haut
$\alpha = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{1}{2}$ donc courbe 3

$D(x) = -x^2-1$
$a=-1<0$ donc parabole tournée vers le bas
$\alpha = -\dfrac{b}{2a} = 0$ donc courbe 4

$E(x) = x^2-2x-1$
$a=1>0$ donc parabole tournée vers le haut
$\alpha = -\dfrac{b}{2a} = 1$ donc courbe 5

$F(x) = -x^2+2x-1$
$a=-1<0$ donc parabole tournée vers le bas
$\alpha = -\dfrac{b}{2a} = 1$ donc courbe 6

▷ **Exercice 7:**
Le bénéfice en euros d'une entreprise est modélisé en euros par la fonction f définie sur$[0;3]$ par

$$f(x) = -2x^2+5x-2$$

où x représente le nombre d'objets fabriqués, par centaines.

1. Montrer que pour tout nombre réel x, on a : $f(x) = -2\left(x-\dfrac{5}{4}\right)^2+\dfrac{9}{8}$
   On sait que :

   $a=-2$
   $\alpha = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{5}{4}$

   $\beta = f(\alpha) = -2\left(\dfrac{5}{4}\right)^2 + 5\times\left(\dfrac{5}{4}\right) - 2 = \dfrac{9}{8}$

   d'où $f(x) = a\left(x-\alpha\right)^2+\beta$ et finalement $f(x) = -2\left(x-\dfrac{5}{4}\right)^2+\dfrac{9}{8}$ CQFD
2. Vérifier que $f(x) = (-2x+1)(x-2)$
   On part de $(-2x+1)(x-2) = -2x^2+4x+x-2 = f(x)$ CQFD
3. En exploitant la forme appropriée de $f(x)$ donner :
   (a) Les quantités d'objets fabriqués pour lesquels le bénéfice est nul
   Il faut résoudre :

   $$f(x) = 0$$
   $$(-2x+1)(x-2) = 0$$

   Un produit est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul

   $$-2x+1 = 0 \qquad x-2=0$$
   $$x = \frac{1}{2} \qquad x = 2$$
   $$S = \left\{\frac{1}{2};2\right\}$$

   Pour que le bénéfice soit nul, il faut produire 50 ou 200 objets.

   (b) Les quantités d'objets fabriqués pour lesquels le bénéfice maximal Le maximum de f est atteint en $\alpha = \dfrac{5}{4} = 1,25$
   Pour que le bénéfice soit maximal, il faut produire 125 objets.

(c) Les quantités d'objets fabriqués sachant que l'entreprise a perdu 2000 €
Si l'entreprise a perdu 2000 €, il faut résoudre $f(x) = -2$ Attention, les données sont en milliers d'euros, 2000 € = 2 milliers d'euros

$$\begin{aligned} -2x^2+5x-2 &= -2 \\ -2x^2+5x &= 0 \\ x(-2x+5) &= 0 \end{aligned}$$

Un produit est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul
$x = 0$ ou $x = \dfrac{5}{2}$
L'entreprise perdra 2000 € si elle ne produit pas d'objet ou si elle en produit 250 (La solution 2,5 est en centaine d'objets)

▷ **Exercice 8:**
Dans le plan muni d'un repère, on considère les courbes C_f et C_g représentatives des fonctions f et g : Les questions ci-dessous doivent être traitées graphiquement :

1. Déterminer les antécédents de 1 par la fonction f
   On lit graphiquement que $f(2) = 1$ donc que 2 est un antécédent de 1. Il n'y en a pas d'autres.
2. Lire $g(0)$
   On lit graphiquement que $g(0) = -1$
3. Lire les valeurs de α et β pour la fonction f
   On lit graphiquement que la parabole C_f admet un sommet en $(1;2)$ donc $\alpha = 1$ et $\beta = 2$
4. Déterminer une valeur pour laquelle g n'a pas d'antécédent
   -3 est une valeur pour laquelle g n'a pas d'antécédent.
5. Déduire les signes du paramètre a pour chaque fonction mise sous la forme polynomiale.
   On voit graphiquement que la parabole C_f est tournée vers le haut, donc $a > 0$ pour f
   On voit graphiquement que la parabole C_g est tournée vers le bas, donc $a > 0$ pour g
6. Déterminer la position relative de ces deux courbes. Appelons x_1 et x_2 les abscisses des deux points d'intersections de C_f et C_g.
   On a $x_1 \in [0;1]$ et $x_2 \in [1;2]$
   La courbe C_g est au dessus de C_f sur $[x_1;x_2]$
   On accepte la notation, $C_g > C_f$ sur $[x_1;x_2]$