Cours : Intervalles de $\mathbb{R}$ et inéquations

1 Inéquations

1.1 Résolution d'une inéquation : (Vidéo 1)

Propriété :
On résout une inéquation du premier degré à
une inconnue, de la même façon qu'on résoudrait une équation correspondante. Le sens de l'inégalité ne change que si on divise ou si on multiplie chaque membre de l'inéquation par un nombre négatif.

Exemple :

Résoudre : $3x+2<4$

$$\begin{aligned} 3x+2&<4\\ 3x&<4-2\\ 3x&<2\\ x&<\frac{2}{3}\end{aligned}$$

Les solutions sont l'ensemble des nombres strictement inférieurs à $\frac{2}{3}$

Résoudre : $-2x+1<4$

$$\begin{aligned} -2x+1&<4\\ -2x&<4-1\\ -2x&<3\\ x&>-\frac{3}{2}\end{aligned}$$

Les solutions sont l'ensemble des nombres strictement supérieurs à $-\frac{3}{2}$

1.2 Droite graduée :(Vidéo 2)

Méthode
Pour représenter les solutions d'une inéquations, on peut tracer une droite graduée.
Exemples :

$x>-2$ se représente :

$x\leqslant 2$ se représente :

2 Intervalles de $\mathbb{R}$:

2.1 L'ensemble $\mathbb{R}$:(Vidéo 3)

Définition
On appelle $\mathbb{R}$, l'ensemble de tous les nombres réels, c'est dire ceux que l'on peut représenter sur une droite graduée.

Explications :
L'ensemble $\mathbb{R}$ comprend donc les nombre entiers, les décimaux, les fractions et les autres nombres (les irrationnels).
En résumé, c'est l'ensemble de tous les nombres connus au collège.

Notations :

- On note $3\in\mathbb{R}$ pour dire que le nombre 3 est un nombre réel.
- Si on veut définir l'ensemble de tous les réels sauf le nombre 3, on peut écrire : $\mathbb{R}-\{3\}$ ou $\mathbb{R}\backslash\{3\}$

- On appelle parfois $\mathbb{R}^*$ l'ensemble de tous les réels privé du nombre 0.
- Pour nommer l'ensemble des nombre réels positifs, on peut écrire : $\mathbb{R}_+$.
- De même, $\mathbb{R}_-$ représente les nombres réels négatifs.

Ainsi, on dira que $3 \in \mathbb{R}_+$ mais que $3 \notin \mathbb{R}_-$

2.2 Notations pour les intervalles de $\mathbb{R}$:(Vidéo 4)

Exemple :

Comment représenter les solutions de ce système d'inéquations

$$\begin{cases} x & \geqslant 3 \\ x & \leqslant 5 \end{cases}$$

Définition

Soit a , b et x trois nombres réels tels :

$a \leqslant x \leqslant b$ équivaut à dire que $x \in [a;b]$

$a \leqslant x < b$ équivaut à dire que $x \in [a;b[$

$a < x < b$ équivaut à dire que $x \in]a;b[$

$a < x \leqslant b$ équivaut à dire que $x \in]a;b]$

Exemples

$4 \in [4;5]$ $\quad$ $4 \notin]4;5]$ $\quad$ $4 \in [3;4]$ $\quad$ $4 \notin [3;4[$

Notations

Soit $a \in \mathbb{R}$

$x \geqslant a$ équivaut à dire $x \in [a;+\infty[$

$x > a$ équivaut à dire $x \in]a;+\infty[$

$x < a$ équivaut à dire $x \in]-\infty;a[$

$x \leqslant a$ équivaut à dire $x \in]-\infty;a]$

Exemples

$4 \in]-\infty;4]$ $\quad$ $4 \in [4;+\infty[$ $\quad$ $4 \notin]-\infty;4[$ $\quad$ $4 \notin]4;+\infty[$

Remarques

$\mathbb{R} =]-\infty;+\infty[$ $\quad$ $\mathbb{R}_- =]-\infty;0]$ $\quad$ $\mathbb{R}_+ = [0;+\infty[$

3 Union et Intersection :(Vidéo 5)

3.1 Notations

Soit I et J deux intervalles de $\mathbb{R}$ et soit $x \in \mathbb{R}$

$x \in I \cap J$ équivaut à dire $x \in I$ **et** $x \in J$

$x \in I \cup J$ équivaut à dire $x \in I$ **ou** $x \in G$

3.2 Exemples

Si $I = [3;5]$ et $J = [4;6]$ alors $I \cap J = [4;5]$ et $I \cup J = [3;6]$

Si $I = [3;5]$ et $J = [6;+\infty[$ alors $I \cap J = \varnothing$ et $I \cup J = [3;5] \cup [6;+\infty[$