

Le second degré.

1 Les différentes formes d'un polynômes du second degré.

1.1 Forme développée (vidéo 1)

Une fonction polynôme de degré 2 exprimée sous forme, est une fonction f définie sur \mathbb{R} paroù $a; b; c$ sont des réels donnés et $a \neq 0$

Exemples :

$f(x) = 4x^2 - x + 2$

$g(x) = 3x^2$

$h(x) = 5x^3 - 2x^2 - 3x + 4$

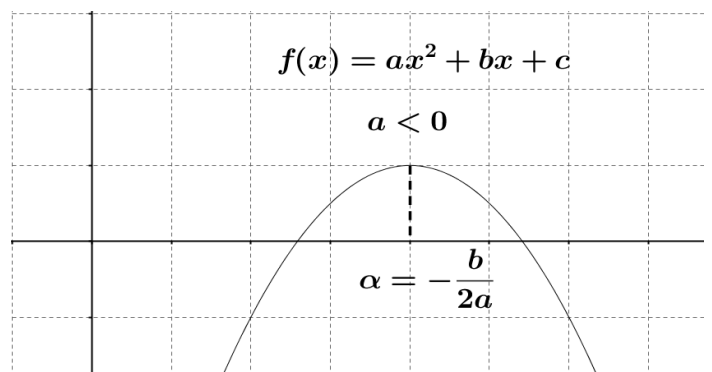
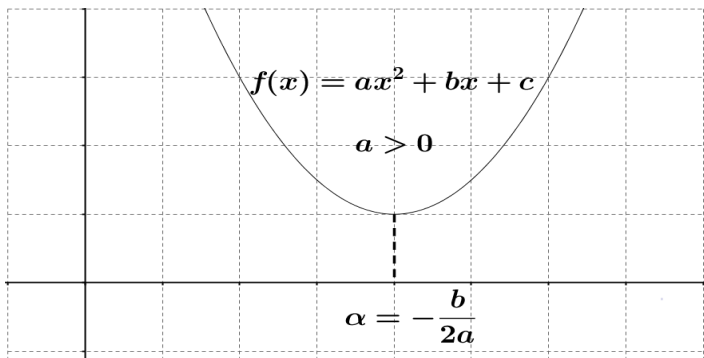
Représentation graphique :

La représentation graphique d'une fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$, est une

Si la parabole est « tournée » vers

Si la parabole est « tournée » vers

L'abscisse du sommet de la parabole vaut



La forme développée permet de :

- Déterminer facilement le degré du polynôme
- Connaître l'orientation de la courbe selon le signe de a
- Calculer les coordonnées du sommet de la parabole.
- Calculer des images

1.2 Forme canonique (vidéo 2)

On présente souvent un trinôme du second degré sous la forme :

..... qu'on appelle forme

Exemples :

$f(x) = 3(x-1)^2 + 2$

$f(x) = -3(x+2)^2 - 4$

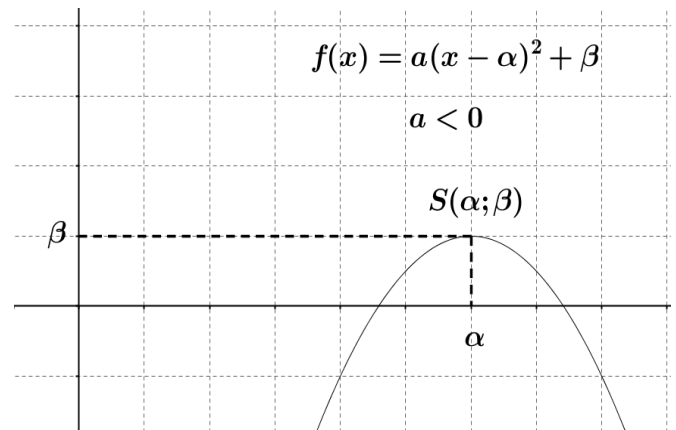
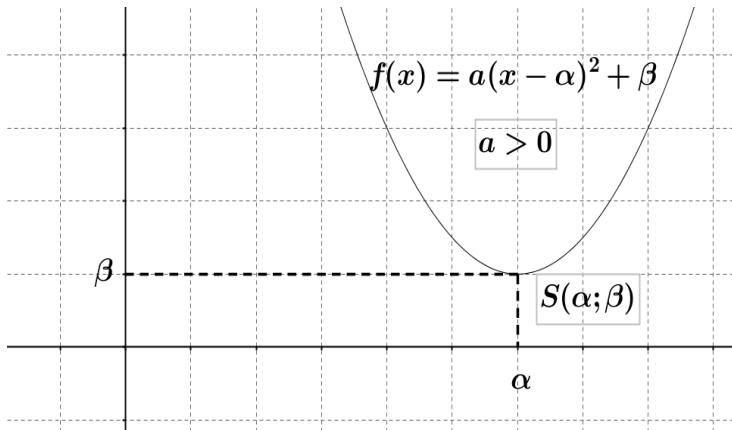
Représentation graphique :

La représentation graphique d'une fonction f définie sur \mathbb{R} par ,avec $a \neq 0$, est

Si la parabole est « tournée »

Si la parabole est « tournée »

Les coordonnées du sommet S de la parabole sont



La forme canonique permet de :

- Connaître l'orientation de la courbe selon le signe de a
- Déterminer facilement les coordonnées du sommet de la parabole
- Construire rapidement un tableau de variations
- Calculer des antécédents

1.3 Forme factorisée (vidéo 3)

Dans certains cas (la suite du cours précisera lesquels), on peut exprimer un trinôme du second degré sous la forme :

Exemples :

$f(x) = 2(x - 3)(x + 4)$

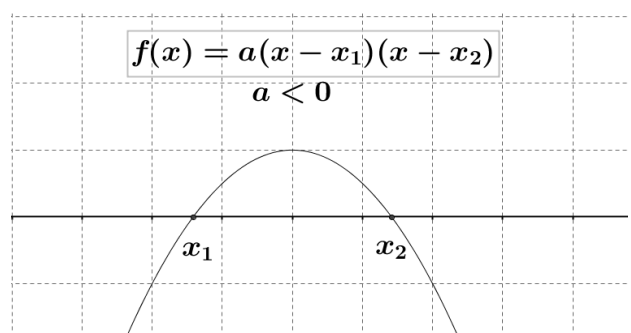
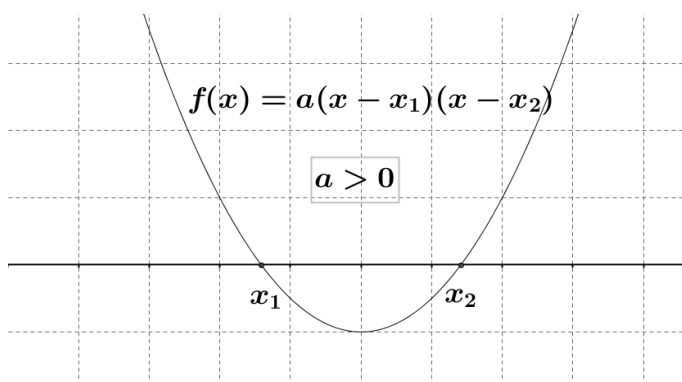
Représentation graphique :

La représentation graphique d'une fonction f définie sur \mathbb{R} par , avec $a \neq 0$, est

Si la parabole est « tournée »

Si la parabole est « tournée »

La parabole coupe l'axe des abscisses en



La forme factorisée permet de :

- Connaître l'orientation de la courbe selon le signe de a
- Résoudre facilement $f(x) = 0$
- Étudier le signe de f

2 Résoudre une équation du second degré

Définition :

Avec une fonction polynôme de degré 2, définie sur \mathbb{R} , de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a; b; c$ sont des réels données et $a \neq 0$, on définit le nombre Δ appelé Discriminant, le nombre : $\Delta = b^2 - 4ac$

Exemples :

- Calculer le discriminant de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 + 5x + 2$
- Calculer le discriminant de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x^2 - x - 1$

Propriété :

Si $\Delta > 0$, alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux solutions (deux racines) :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Si $\Delta = 0$, alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet une solution (une racine) : $x_0 = \frac{-b}{2a}$

On dit que x_0 est une racine double.

Si $\Delta < 0$, alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'admet aucune solution réelle (aucune racine).

Exemples :

- Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$
- Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 + 3x - 4$. Déterminer les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

3 Factoriser un polynôme du second degré

Propriété :

On considère la fonction polynôme de degré 2, définie sur \mathbb{R} , de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a; b; c$ sont des réels données et $a \neq 0$,

Si $\Delta > 0$, alors $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ avec $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

Si $\Delta = 0$, alors $f(x) = a(x - x_0)^2$ avec $x_0 = \frac{-b}{2a}$

Si $\Delta < 0$, alors $f(x)$ ne peut pas être factorisé.

Exemples :

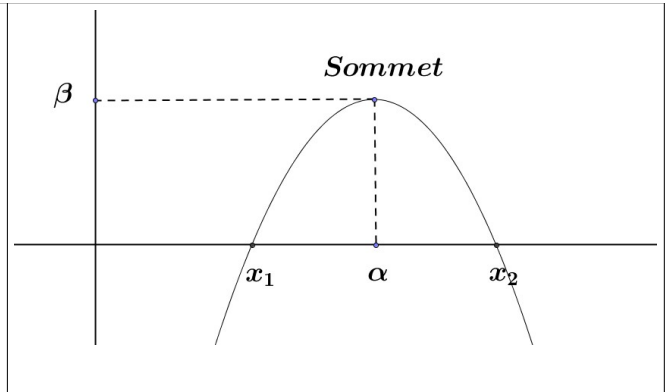
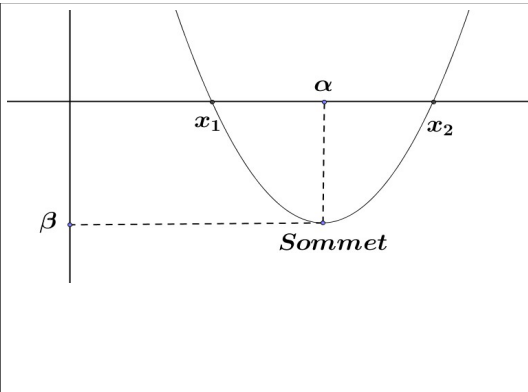
- Factoriser, si possible, la fonction polynôme $f(x) = 4x^2 - 3x - 1$
- Factoriser, si possible, la fonction polynôme $f(x) = 4x^2 + x - 1$
- Factoriser, si possible, la fonction polynôme $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 8$

4 Étudier le signe d'un polynôme du second degré

On considère une fonction polynôme de degré 2, définie sur \mathbb{R} , de la forme

$f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a; b; c$ sont des réels données et $a \neq 0$, et son discriminant, le nombre : $\Delta = b^2 - 4ac$

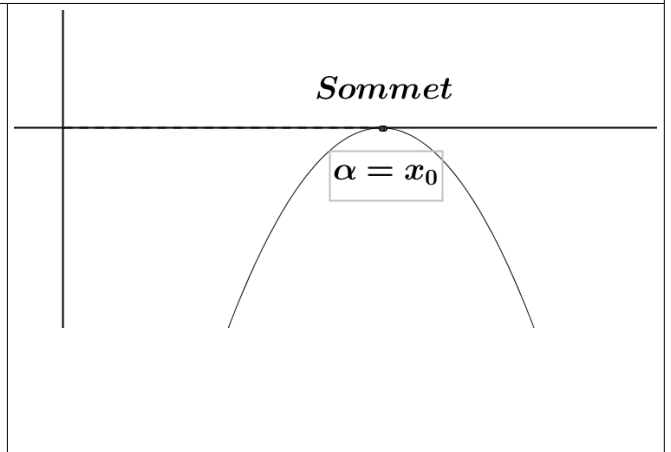
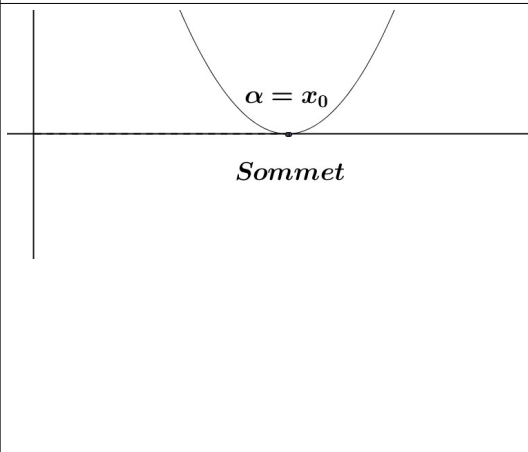
	Signe de a	
Signe de Δ	$a > 0$ Parabole tournée « vers le haut »	$a < 0$ Parabole tournée « vers le bas »

$\Delta > 0$ 

La parabole coupe l'axe des abscisses en deux points d'abscisses x_1 et x_2

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	Signe de a	0	Opposé du signe de a	0	Signe de a

$f(x)$ est du signe de a à l'extérieur des racines

 $\Delta = 0$ 

La parabole coupe l'axe des abscisses en un point d'abscisses x_0

$f(x)$ est partout du signe de a sauf en x_0

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	Signe de a	0	Signe de a

