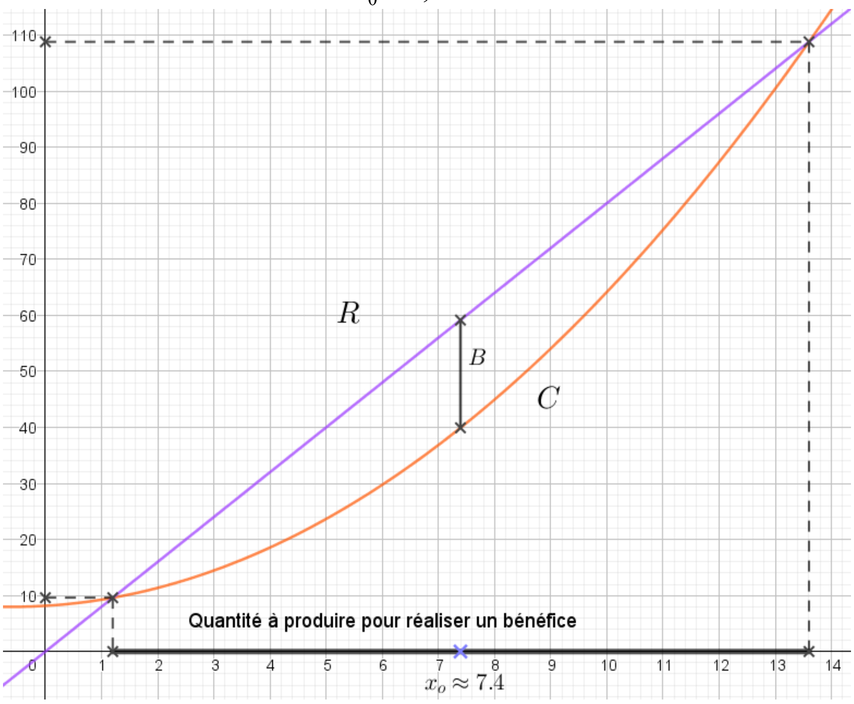
Correction exercice 27 - Plan de Travail Second degré 1ère ES/L

1.
On calcule le coût de fabrication pour 4 000 et 12 000 articles :
On sait que $C(x)=0{,}5x^2+0{,}6x+8{,}16$ avec x correspondant au nombre de milliers d'objets.
On a donc :
$C(4)=0{,}5\times 4^2+0{,}6\times 4+8{,}16=18{,}56$
$C(12)=0{,}5\times 12^2+0{,}6\times 12+8{,}16=87{,}36$
On calcule la recette correspondante à 4 000 et 12 000 articles:
Chaque article est vendu 8 €
4 000 objets rapportent donc 32 000 € et 12 000 objets 96 000 €.
La recette correspondant à 4 000 objets est donc de 13 440 €.
32000 – 18560 = 13 440
La recette correspondant à 12 000 objets est donc de 8 640 € €.
96 000 – 87360 = 8 640
L'entreprise doit donc fabriquer 4 000 objets pour optimiser ses bénéfices.
2.
Chaque article étant vendu 8 €, si l'entreprise en vend x, elle gagnera $R(x)=8\times x$
3.
R est une fonction linéaire. Sa représentation graphique est donc une droite passant par l'origine du repère.
On cherche un deuxième point :
On a déjà calculé $R(4)=32$ et $R(12)=96$ ce qui donne les points de coordonnées $(4\ ;32)$ et $(12\ ;96)$

4.
a. On lit graphiquement les abscisses des deux points d'intersection de la parabole et de la droite : 1,2 et 13,6
Ces deux valeurs correspondent aux « points morts », où l'entreprise ne réalise pas de bénéfice.
Pour en réaliser, il faut que $x\in]1{,}2\,;13{,}6[$, c'est à dire que l'entreprise doit produire plus de 1 200 et moins de 13 600 objets.

b. Pour trouver le bénéfice maximum, on cherche l'abscisse pour laquelle la distance entre la parabole et la droite est maximale. On lit $x_0\approx 7{,}4$



6.
On sait que pour $x \in [0\,;15]$: $B(x)=R(x)-C(x)=8x-(0{,}5x^2+0{,}6x+8{,}16)=-0{,}5x^2+7{,}4x-8{,}16$
CQFD
a. B est une fonction polynôme de degré 2. Pour déterminer son signe, on calcule son discriminant :

$$\Delta=b^2-4\text{ac}=7{,}4^2-4\times(-0{,}5)\times(-8{,}16)=38{,}44>0$$

Le polynôme admet deux racines : $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2\text{a}}$ *et* $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2\text{a}}$

d'où $x_1=\dfrac{-7{,}4+\sqrt{38{,}44}}{-1}$ *et* $x_2=\dfrac{-7{,}4-\sqrt{38{,}44}}{-1}$ et finalement $x_1=1{,}2$ *et* $x_2=13{,}6$

On applique le cours : $-0{,}5x^2+7{,}4x-8{,}16$ est du signe de $a=-0{,}5<0$ à l'extérieur des racines.

x	0		1,2		13,6		15
$-0{,}5x^2+7{,}4x-8{,}16$		-	0	+	0	-	

On en déduit que $B(x)\geq 0$ sur $[1{,}2\,;13{,}6]$
L'entreprise réalisera un bénéfice si elle produit entre 1 200 et 13 600 objets.

(b) B est une fonction polynôme de degré 2, sous la forme $B(x)=ax^2+bx+c$.
Pour étudier ses variations, on utilise le signe de a :
$a=-0{,}5<0$ donc la parabole est tournée vers le bas.
On calcule les coordonnées du sommet de la parabole $S(\alpha\,;\beta)$ avec :
$\alpha=-\dfrac{b}{2\text{a}}=\dfrac{-7{,}4}{2\times(-0{,}5)}=7{,}4$ et $\beta=B(\alpha)=-0{,}5\times7{,}4^2+7{,}4\times7{,}4-8{,}16=19{,}22$
On en déduit le tableau de variations de B :

x	0		7,4		15
$-0{,}5x^2+7{,}4x-8{,}16$		↗	19,22	↘	

c. Pour réaliser un bénéfice maximum, l'entreprise doit produire 7 400 articles
d. Lé bénéfice est alors de 19 220 €