

PROPORTIONS

1. Proportion et pourcentage

1.1. Proportion d'une sous-population

Définition :

La proportion p (équivalent à la notion de fréquence en statistique) d'une sous-population d'effectif n , dans une population totale, d'effectif N est le rapport des effectifs :

1.2. Calculer la proportion d'une sous population

Énoncé :

Sur les 480 élèves inscrits en classe de 1^{ère}, 108 d'entre eux ont choisi la filière STMG.
Quelle est la proportion d'élèves de STMG en 1^{ère} ?

Méthode :

1. On construit un diagramme de Wenn :

2. On recherche les données connues dans l'énoncé :

La population totale des élèves de 1^{ère}, notée, est égale à C'est la population de référence.

La sous-population des élèves de STMG, notée, est égale à

3. On applique le cours :

4. On conclue : La proportion d'élèves de STMG parmi tous les élèves de première, notée, est :

Remarque :

Une proportion peut s'exprimer de différente manière. Dans l'exemple précédent :

Sous forme fractionnaire : Sous forme décimale : En pourcentage :

1.3. Calculer l'effectif d'une sous-population

Énoncé :

Sachant que parmi les 480 élèves de 1^{ère}, 15 % ont choisi la filière L, calculer le nombre d'élèves dans cette filière.

Méthode :

1. On construit un diagramme de Wenn :

2. On recherche les données connues dans l'énoncé :

La population totale des élèves de 1^{ère}, notée, est égale à C'est la population de référence.

On cherche la sous-population des élèves de L, notée

La proportion d'élèves de L, notée p , est égale à ou

3. On applique le cours :

.....doncd'où avec un produit en croix :

4. On conclue : Il y a élèves en 1^{ère} L.

1.4. Calculer l'effectif d'une population totale

Énoncé :

Dans un lycée, 60 élèves sont en 1^{ère} S, ce qui représente 24 % des effectifs des élèves de 1ère de l'établissement. Calculer le nombre d'élèves en première.

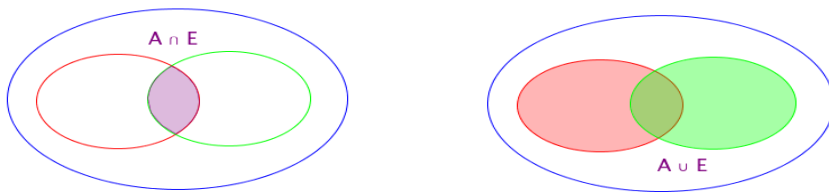
Méthode :

1. On construit un diagramme de Wenn :
2. On recherche les données connues dans l'énoncé :
On cherche la population totale des élèves de 1^{ère}, notée,
On connaît la sous-population des élèves de,,
On connaît la proportion d'élèves de, notée, est égale à % ou
3. On applique le cours :
.....doncd'où avec un produit en croix :
4. On conclue : Il y a élèves au total en 1ère.

2. Union et intersection de sous-populations

2.1. Notations et vocabulaire :

On appelle des ensembles A et E, noté $A \cap E$,
l'ensemble des éléments qui appartiennent à A à E.
On appelle des ensembles A et E, noté $A \cup E$,
l'ensemble des éléments qui appartiennent à A à E.



2.2 Égalité fondamentale :

Propriété :

Soit A et B deux sous populations d'une même population E, d'effectif n et de proportion p :
On a alors l'égalité (que l'on retrouve en probabilités) :

..... égalité avec les proportions

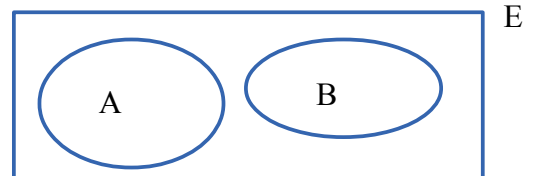
..... égalité avec les effectifs

2.3 Ensembles disjoints :

Définition :

Si, alors on dit que les deux sous-populations A et B sont

Les sous-populations A et B n'ont aucun élément en commun.



Exemple :

On appelle A la sous-population des élèves de 1ère STMG et B la sous-population des élèves de 1ère ES.
Aucun élève ne peut être en même temps dans A et dans B. Les sous-populations A et B sont

Propriété :

Si A et B sont deux sous-populations d'une population E. On a alors : et

2.4 Partition d'un ensemble :

Définition :

Si et alors, on dit que les deux ensembles A et B forment une de E



Les sous-populations A et B n'ont aucun élément en commun.
Les sous-populations A et B couvrent la population totale.

Exemple :

On appelle E la population des élèves d'une classe de 1ère STMG.

On appelle A la sous-population des filles de 1ère STMG et B la sous-population des garçons de 1ère STMG.

Aucun élève ne peut être en même temps dans A et dans B. Chaque élève est soit dans A soit dans B.

A et B forment une partition de E.

Propriété :

Si A et B sont deux sous-populations formant une partition d'une population E d'effectif N. On a alors :

.....

2.3 Application aux proportions :

Exemple :

Dans une classe de 35 élèves, 14 élèves étudient l'anglais, 12 élèves étudient l'espagnol et 5 élèves étudient les deux. Quelle est la proportion d'élèves apprenant l'anglais ou l'espagnol ?

Méthode :

1. On construit un diagramme de Wenn :

2. On recherche les données connues dans l'énoncé :

On connaît l'effectif de la population totale , ,

On connaît l'effectif de la sous-population des élèves qui étudient l'anglais donc

On connaît l'effectif de la sous-population des élèves qui étudient l'espagnol donc

On connaît l'effectif de la sous-population des élèves qui étudient l'espagnol et l'anglais
donc

3. On applique le cours :

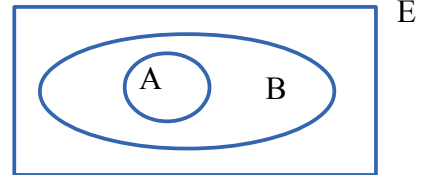
..... donc

4. On conclue : des élèves de cette classe apprennent l'anglais ou l'espagnol.

3. Inclusion

3.1. Définition :

Un ensemble A est inclus dans un ensemble B si tous les éléments de A appartiennent à B. On note



3.2 Propriété :

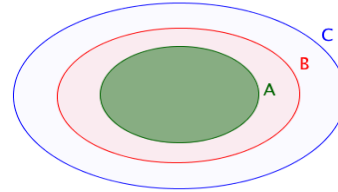
Propriété :

$A \subset B$ et $B \subset C$.

p_1 est la proportion de A dans B.

p_2 est la proportion de B dans C.

Alors est la proportion de A dans C.



3.3 Calculer une proportion échelonnée :

Énoncé :

Dans un car, il y a 40 % de scolaires. Et parmi les scolaires, 60 % sont des filles. Quelle est la proportion de filles scolaires dans le car ?

Méthode :

1. On construit un diagramme de Wenn :

2. On recherche les données connues dans l'énoncé :

On connaît la proportion de la sous population des scolaires dans la population totale,,

On connaît la proportion de la sous population des filles dans la sous population des scolaires ,

.....

3. On applique le cours :

$F \subset S$ et $S \subset E$, la proportion de F dans E est donnée par

.....

4. On conclue : Il y a de filles scolaires dans le car.