Devoir surveillé de mathématiques
Classe de1ère STMG

Nom **Prénom :**

	Items	RR	R	V	VV
172	Déterminer la fonction dérivée d'une fonction polynôme				
170	Déterminer par le calcul un nombre dérivé				
135	Calculer l'image d'un nombre par une fonction				
136	Répondre à des questions de lecture de courbe				
137	Modéliser un problème du premier degré				
138	Représenter graphiquement une fonction affine				
139	résoudre graphiquement une équation f(x)=g(x)				
143	Calculer le discriminant d'un polynôme du second degré.				
177	Étudier des variations d'un polynôme de degré 3 à partir de sa dérivée				
147	Déterminer le signe d'un polynôme du second degré				
178	Résoudre un problème d'optimisation				
1114	Rendre un travail soigné, s'appliquer dans son travail écrit.				
1120	Rédiger avec des phrases, expliquer sa démarche				

Exercice 1 :

Déterminer les dérivées des fonctions g *et* h , définies sur $\mathbb{R}$:

$g(x)=\frac{2}{3}x^3+x^2-2x+2$ $\qquad$ $h(x)=x^2+2$

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=4x^2-3x+5$.

1. Calculer $f(-1)$
2. Calculer le nombre dérivée de f en 2
3. Calculer $f'(-1)$

Exercice 3 :

Un laboratoire pharmaceutique fabrique et commercialise un produit. Ce laboratoire peut produire de 5 à 30 kg du produit par semaine.

A) Étude graphique du bénéfice :

Le laboratoire s'intéresse maintenant au coût total de production, exprimé en euros et modélisé par la fonction C dont l'expression est

$$C(x)=\frac{1}{3}x^3-11x^2+100x+72,$$

où x appartient à l'intervalle $[5\ ;\ 30]$.

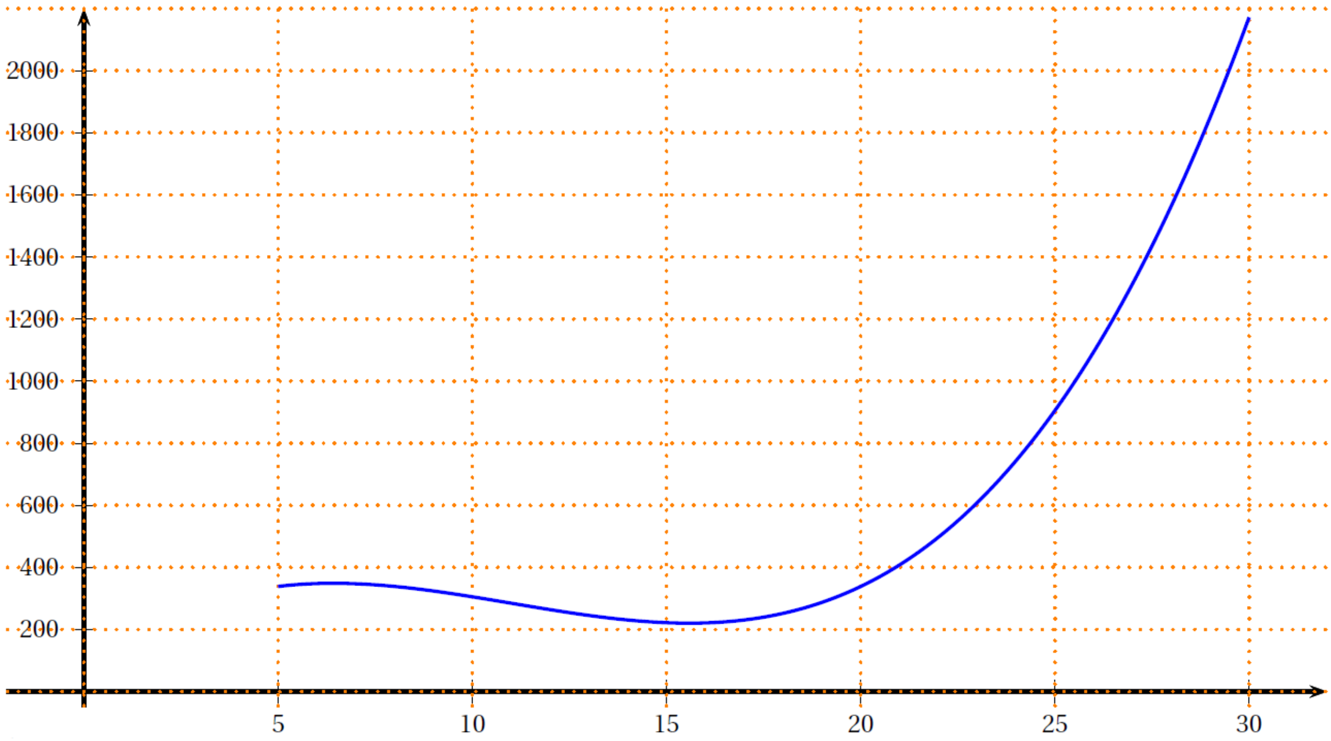
La courbe représentative de la fonction C sur l'intervalle $[5\ ;\ 30]$ est donnée ci-dessous.

1. Par lecture graphique, estimer la quantité dont le coût total de production est de 600 €.
On laissera apparents les traits nécessaires à la lecture graphique.

2. **a.** Après une étude de marché, le prix de vente du produit a été estimé à 60 € le kg. Donner, en fonction de x, l'expression $R(x)$ de la fonction R modélisant la recette.

b. Représenter graphiquement, sur la feuille annexe 1, la fonction R sur l'intervalle $[5\ ;\ 30]$.

c. Le laboratoire souhaite connaitre l'intervalle dans lequel doit se trouver la quantité de produit à vendre pour réaliser un bénéfice. Quel est cet intervalle ?
On laissera apparents les traits nécessaires à la lecture graphique.



B) Étude algébrique du bénéfice :

Le bénéfice réalisé par l'entreprise, c'est-à-dire la différence entre la recette et le coût de production, est exprimé en euros et modélisé par la fonction B dont l'expression est

$$B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 11x^2 - 40x - 72,$$

où x appartient à l'intervalle $[5~;~30]$.

1. Visualiser à la calculatrice la courbe représentative de la fonction B puis conjecturer ses variations sur l'intervalle $[5~;~30]$.

2. Déterminer $B'(x)$ puis déterminer son signe sur l'intervalle $[5~;~30]$.

3. En déduire les variations de B sur l'intervalle $[5~;~30]$.

4. **a.** On considère que la production est entièrement vendue. Déterminer la quantité à produire pour réaliser un bénéfice maximum.

b. Le service de commercialisation du laboratoire a fixé un objectif de vente entre 15 kg et 24 kg pour la semaine à venir. Quel est le **bénéfice minimum** envisageable ?