

Fonctions linéaires et fonctions affines

1 Définitions :(vidéo 1)

1.1 Fonctions affines :

On appelle **fonction affine**

toute fonction f qui s'écrit sous la forme $f(x)=ax+b$, où a et b sont des nombres fixés.

Exemples :

$$f(x)=3x+2 \text{ ici } a=3 \text{ et } b=2$$

$$f(x)=-4x+1 \text{ ici } a=-4 \text{ et } b=1$$

$f(x)=3x^2+2$ n'est pas une fonction affine.

1.2 Cas particuliers de fonction affine :

- si $a=0$, la fonction affine s'écrit : $f(x)=0 \times x+b=b$

On appelle cette famille de fonctions des **fonctions constantes**.

Exemples : $f(x)=4$

$$f(3)=4 \quad f(-5)=4 \text{ etc....}$$

- si $b=0$, la fonction affine s'écrit : $f(x)=a \times x+0=ax$

On appelle cette famille de fonctions des **fonctions linéaires**.

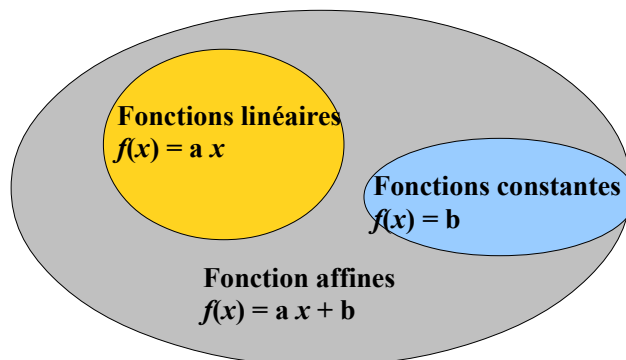
Exemples :

$f(x)=2x$ est la fonction linéaire de coefficient 2

$f(x)=-4x$ est la fonction linéaire

de coefficient - 4

1. 3 Bilan :



1. 4. Propriétés des fonctions linéaires :(vidéo 2)

Exemple :

Soit $f(x)=2x$

x	0	2	3	6
$f(x)=2x$	0	4	6	12

↻ x 2

C'est un tableau de proportionnalité

Propriété :

Les **fonctions linéaires** correspondent aux situations de proportionnalité.

1.5. Propriétés des fonctions affines :

Exemple :

Soit $f(x)=3x+1$

x	0	1	2	3	8	9	10
$f(x)=3x+1$	1	4	7	10	25	28	31

Ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

Observation :

x	0	1	2	3	8	9	10
$f(x)=3x+1$	1	4	7	10	25	28	31

Diagram illustrating the differences between consecutive values:

- For x : $0 \rightarrow 1$ (+1), $1 \rightarrow 2$ (+1), $3 \rightarrow 8$ (+5), $8 \rightarrow 9$ (+1).
- For $f(x)$: $1 \rightarrow 4$ (+3), $4 \rightarrow 7$ (+3), $10 \rightarrow 25$ (+3x5), $25 \rightarrow 28$ (+3).

Propriété :

Les **fonctions affines** ne correspondent pas aux situations de proportionnalité.
On dit qu'elles ont un accroissement constant.

2. Représenter graphiquement une fonction linéaire. (vidéo 3)

2.1. Propriété :

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine.

2.2. Application :

Représenter graphiquement $f(x)=1,5x$

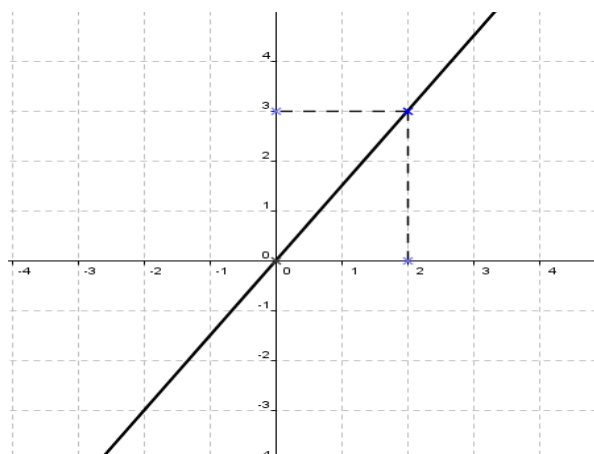
Rédaction :

On sait que f est une fonction linéaire, donc sa représentation graphique est une droite passant par l'origine.

On cherche donc un deuxième point de la droite :

On prend une valeur qui nous convient pour x , par exemple $x=2$

$f(2)=1,5 \times 2=3$ donc le point de coordonnées (2;3) appartient à la droite.



3. Représenter graphiquement une fonction affine : (vidéo 4)

3.1. Propriété :

La représentation graphique d'une fonction affine qui s'écrit sous la forme $f(x)=ax+b$, est une droite qui passe par le point de coordonnées (0;b).

3.2. Exemples :

La représentation graphique de la fonction $f(x)=3x+2$ est une droite passant par le point de coordonnées (0;2)

3.3. Application :

Représenter graphiquement $f(x)=-2x+1$

f est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite qui passe par le point de coordonnées (0;1).

si $x=2$, $f(2)=-2 \times 2 + 1 = -3$ donc le point de coordonnées (2 ; -3) appartient à la droite.

4. Coefficient directeur et ordonnée à l'origine d'une droite représentative d'une fonction affine : (vidéo 5 et 6)

Quand on représente graphiquement une fonction affine de la forme

$f(x)=ax+b$, les paramètres a et b ont des propriétés graphiques pour la droite représentative de f :

On dit que b est « **l'ordonnée à l'origine** », il mesure l'étage où la droite va couper l'axe des ordonnées.

On dit que a est « **le coefficient directeur de la droite** », il mesure la pente ou l'inclinaison de la droite.

5. Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire (vidéo 7)

Exemple :

Déterminer l'expression algébrique de la fonction linéaire f en sachant que $f(3)=4,5$

Rédaction :

f est une fonction linéaire donc elle s'écrit sous la forme $f(x)=a \times x$

On cherche a en sachant que $f(3)=4,5$

et $f(3)=a \times 3$

d'où $a \times 3 = 4,5$

$$\text{donc } a = \frac{4,5}{3} = 1,5$$

au final, $f(x)=1,5 \times x$

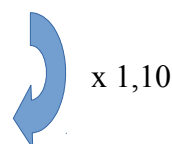
6. Pourcentage et fonction linéaire. (vidéo 8)

Exemple 1 :

Un commerçant augmente ses prix de 10%

Complète le tableau.

Ancien prix (€)	40	50	60	70
Augmentation de 10%	4	5	6	7
Nouveau prix (€)	44	55	66	77



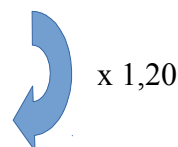
S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? Oui
Quel est alors le coefficient de proportionnalité ? 1,10

Augmenter de 10% un nombre c'est le multiplier par 1,10

Exemple 2 :

Ce commerçant augmente finalement ses prix de 20%
Complète le tableau.

Ancien prix	40	50	60	70
Augmentation de 20%	8	10	12	14
Nouveau prix	48	60	72	84



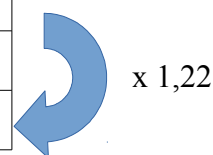
S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? oui
Quel est alors le coefficient de proportionnalité ? 1,20

Augmenter de 20% un nombre c'est le multiplier par 1,20

Exemple 3 :

Un commerçant augmente ses prix de 22 %
Complète le tableau.

Ancien prix	40	50	60	70
Augmentation de 22%	8,80	11	13,20	15,40
Nouveau prix	48,80	61	73,50	85,40



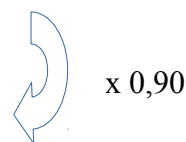
S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? oui
Quel est alors le coefficient de proportionnalité ? 1,22

Augmenter de 22% un nombre c'est le multiplier par 1,22

Exemple 4 :

Ce commerçant baisse ses prix de 10 %. Complète le tableau.

Ancien prix	40	50	60	70
Baisse de 10 %	4	5	6	7
Nouveau prix	36	45	54	63



S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? Oui
Quel est alors le coefficient de proportionnalité ? 0,90

Baisser de 10 % un nombre c'est le multiplier par 0,90

Propriété : (vidéo 9)

Les augmentations ou baisses en pourcentages représentent des situations de proportionnalité.

Augmenter un nombre de p%, c'est le multiplier par $(1 + \frac{p}{100})$

Application :

Augmenter 27 de 12%, c'est calculer : $(1 + \frac{12}{100}) = 1,12$

On calcule donc : $27 \times 1,12 = 30,24$

Baisser un nombre de p%, c'est le multiplier par $(1 - \frac{p}{100})$

Application :

Baisser 34 de 14%, c'est calculer : $(1 - \frac{14}{100}) = 0,86$

On calcule donc : $34 \times 0,86 = 29,24$

Exemples :

Multiplier par 0,73 un nombre, c'est le baisser de %

$$0,73 = 1 - 0,27 = 1 - \frac{27}{100}$$

c'est une baisse de 27%

Multiplier par 0,91 un nombre, c'est le baisser de %

$$0,91 = 1 - 0,09 = 1 - \frac{9}{100} \text{ c'est une baisse de 9\%}$$

Multiplier par 0,4 un nombre, c'est le baisser de ... %

$$0,4 = 1 - 0,60 = 1 - \frac{60}{100} \text{ c'est une baisse de 60\%}$$

Curieux :

Un prix augmente de 10% puis baisse de 10%. Le prix a-t-il changé ?

Exemple : 100 €

$$100 \times 1,1 = 110 \text{ augmentation de 10\%}$$

$$110 \times 0,9 = 99 \text{ baisse de 10\%}$$

Lien avec les fonctions linéaires : (vidéo 10)

La fonction linéaire $f(x) = 1,13x$ est le procédé de calcul qui multiplie par 1,13

C'est donc un procédé de calcul qui augmente les nombres de 13 %

Fonction linéaire	Augmentation ou baisse	Pourcentage
$f(x) = 1,5x$	Augmentation	+ 50 %
$f(x) = 1,04x$	Augmentation	+ 4 %
$f(x) = 1,12x$	Augmentation	+ 12 %
$f(x) = 0,8x$	Diminution	- 20 %
$f(x) = 0,61x$	Diminution	- 39 %
$f(x) = 2x$	Augmentation	+ 100 %

$f(x)=1,13x$	Augmentation	13%
$f(x)=1,053x$	Augmentation	5,30%
$f(x)=2,5x$	Augmentation	150%
$f(x)=0,5x$	Baisse	50%
$f(x)=0,589x$	Baisse	41,10%

7. Déterminer une fonction affine connaissant l'image de deux nombres. (vidéo 11)

Exemple :

Déterminer la fonction affine f qui vérifie :

$$f(3) = 7 \text{ et } f(2) = 5$$

Rédaction :

f est une fonction affine donc elle s'écrit sous la forme $f(x)=ax+b$.

On cherche a et b .

$$\text{comme } f(3) = 7, \text{ on a : } f(3)=a \times 3+b=7$$

$$\text{et comme } f(2) = 5, \text{ on a } f(2)=a \times 2+b=5$$

on obtient un système de deux équations à deux inconnues à résoudre :

$$\begin{cases} 3a+b=7 \\ 2a+b=5 \end{cases}$$

Astuce du père Guyon :

On soustrait les deux égalités membre à membre

$$(3a+b)-(2a+b)=7-5$$

$$3a-2a=7-5$$

inutile sur une copie

$$a=2$$

On cherche b

On remplace a par 2 dans une des deux équations :

$$3 \times 2+b=7$$

$$6+b=7$$

$$b=1$$

La solution du système est le couple (2 ; 1).

Attention, il n'y a qu'une seule solution présentée sous forme d'un couple, comme des coordonnées de point.

La fonction affine cherchée est $f(x)=2x+1$