Équations de droites.

Ref	Items
2.G30	Tracer une droite dans le plan repéré
2.G31	Déterminer (par le calcul) une équation de droite
2.G32	Reconnaître que deux droites sont parallèles, sécantes
2.G33	Établir que trois points sont alignés, non alignés
2.G34	Déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites sécantes (système)

Introduction

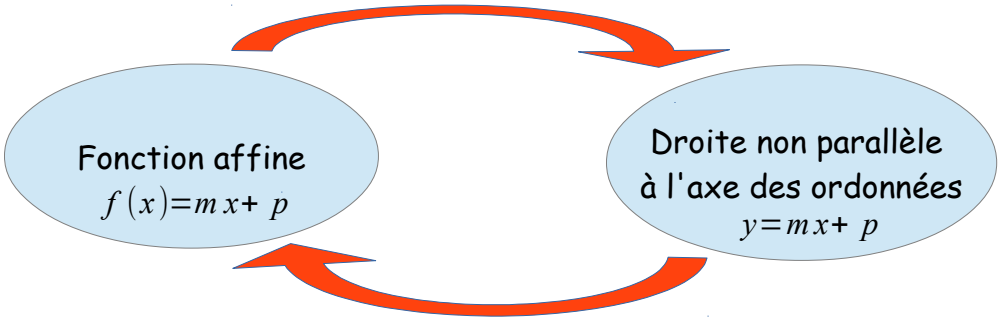
Rappel : La représentation graphique d'une fonction affine du type $f(x)=mx+p$ une est une droite non parallèle à l'axe de ordonnées.

Cette droite a donc une équation de la forme $y=mx+p$

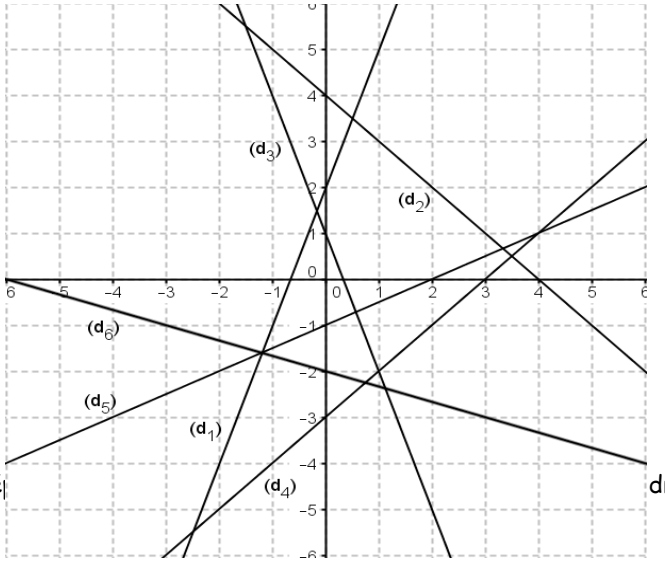
m est le coefficient directeur

p est l'ordonnée à l'origine

$(x;y)$ sont les coordonnées des points appartenant à la droite.



Lire dans ce repère les équations des 5 droites tracées : (rappel 2.F32)



(d_1):

(d_2):

(d_3):

(d_4):

(d_5):

2.G30	Tracer une droite dans le plan repéré

Tracer une droite d'équation $y=mx+p$ **:**

Exemple :

Tracer la droite (d) d'équation $y=2x+3$

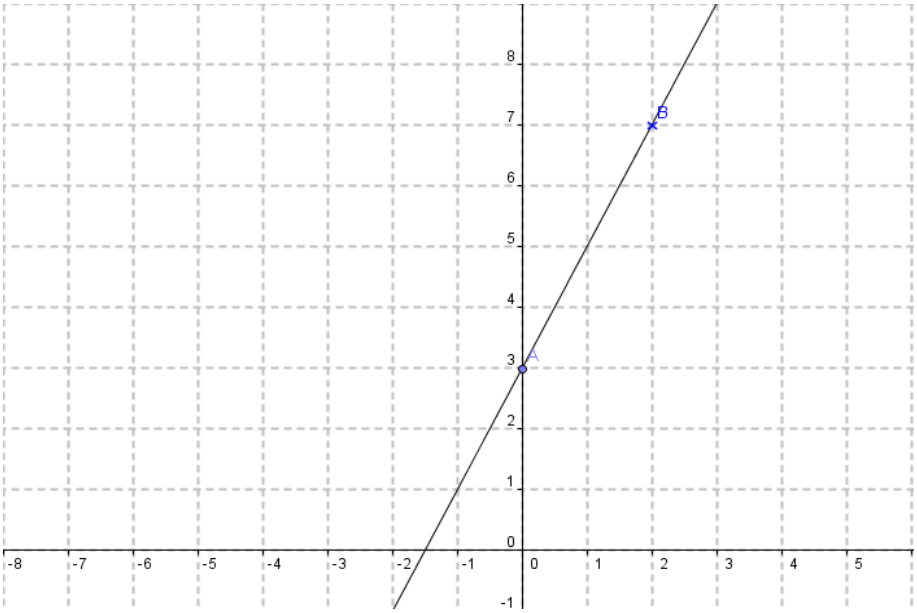
On cherche les coordonnées de deux points de la droite :

On peut présenter les résultats dans un tableau :

	A	B
x	0	2
$y=2x+3$	3	7

Ou le rédiger de façon plus lycée :

- si $x=0$, alors $y=2\times0+3=3$, on a donc $A(0;3)\in(d)$
- si $x=2$, alors $y=2\times2+3=7$, on a donc $B(2;7)\in(d)$

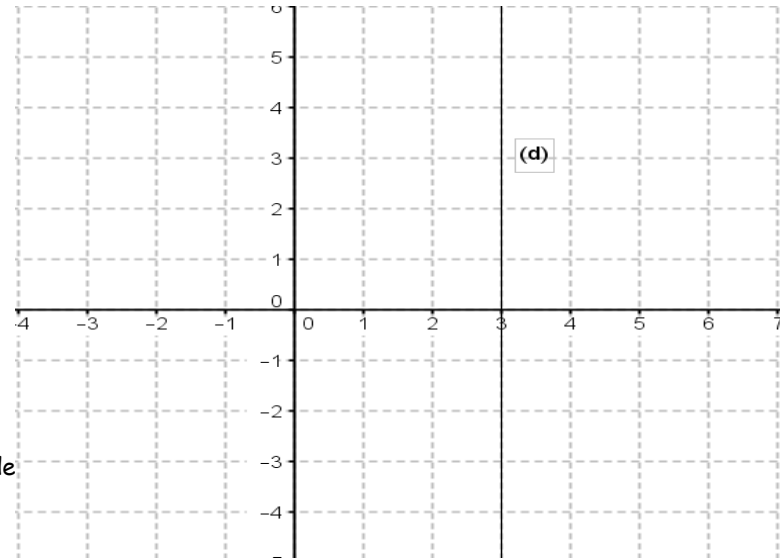


Tracer une droite d'équation $x=a$

Rappel : Toute droite parallèle à l'axe des ordonnées ne peut être la représentation graphique d'une fonction, puisqu'un antécédent ne peut avoir plusieurs images.

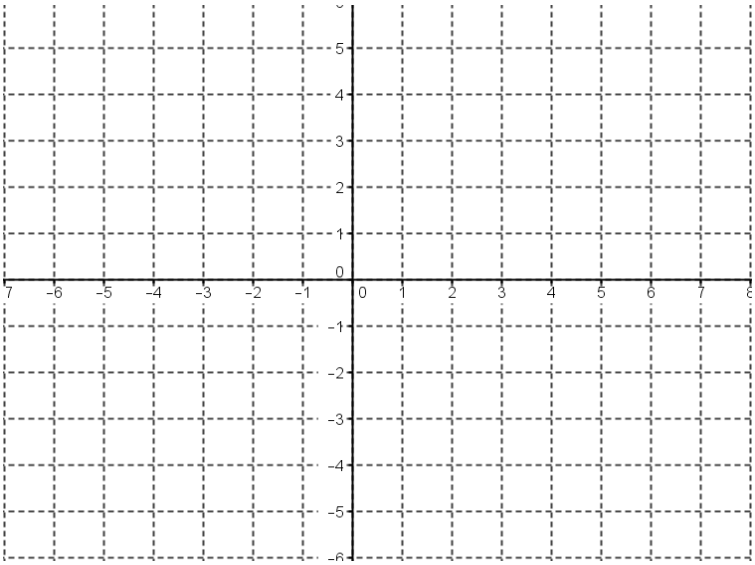
Conséquence : **Une telle droite ne peut pas s'écrire sous la forme** $y=mx+p$

L'ensemble des points de cette droite ont en commun la même abscisse.
Une équation de cette droite se résume donc en : $x=3$



Propriété :
Toute droite parallèle à l'axe des ordonnées à une équation du type $x=a$
avec a l'abscisse commune à tous les points de la droite.

Exercice :
Représenter graphiquement une droite d'équation donnée
Dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, tracer les droites suivantes :
$(d_1): y=-3x+4$ $(d_2): y=2$ $(d_3): x=-1$



2.G31	**Déterminer (par le calcul) une équation de droite**

Calcul du coefficient directeur :
Propriété :
Soit $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ *(avec $x_A \neq x_B$, i.e. la droite (AB) est non parallèle à l'axe des ordonnées)*

La droite (AB) a pour coefficient directeur $m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

Exemples :
Déterminer, si possible, le coefficient directeur de la droite (AB) passant par A(2;1) et B(5;2)
On vérifie que $x_A \neq x_B$

Donc la droite (AB) a pour coefficient directeur $m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$ et $m=\frac{2-1}{5-2}=\frac{1}{3}$

le coefficient directeur de la droite (AB) est $\frac{1}{3}$

- Déterminer, si possible, le coefficient directeur de la droite (CD) passant par C(3;3) et D(3;7).

On observe que $x_C=x_D=3$, la droite (CD) est donc parallèle à l'axe des ordonnées.
Son équation est donc $(CD): x=3$

Application :
Déterminer l'équation de la droite passant par les points A(2;-6) et B(-4;6)
On vérifie que $x_A \neq x_B$

La droite (AB) admet donc une équation du type $y=mx+p$

Son coefficient directeur vaut $m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$ et $m=\frac{6-(-6)}{-4-2}=\frac{12}{-6}=-2$

La droite (AB) admet donc une équation du type $y=-2x+p$

On cherche p :

On utilise que $A\in(d)$ donc si $x=2$ alors $y=-6$

comme $y=-2x+p$, alors $-6=-2\times 2+p$ d'où $p=-2$

La droite (AB) admet comme équation $y=-2x-2$

2.G32	**Reconnaître que deux droites sont parallèles, sécantes**

Théorème :

Dans un repère, la droite (d) a pour équation $y=mx+p$
et la droite (d') a pour équation $y=m'x+p'$

- $(d)\|(d')$ équivaut à dire $m=m'$
- $(d)\,et\,(d')$ sécantes équivaut à dire $m\neq m'$

Autre formulation du théorème :

Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont parallèles
si et seulement si elles ont le même coefficient directeur.

Exemple :

On donne dans un repère les droites :

$(d_1): y=2x+3$; $(d_2): y=-2x+3$; $(d_3): x=7$ $(d_4): 2y=4x+8$ $(d_5): y+2x=5$

Lesquelles sont parallèles entre-elles ?

$(d_1): y=2x+3$; $(d_2): y=-2x+3$; $(d_3): x=7$ $(d_4): y=2x+4$ $(d_5): y=-2x+5$

$(d_1): y=2x+3$ $(d_2): y=-2x+3$; $(d_3): x=7$
$(d_4): y=2x+4$ $(d_5): y=-2x+5$

(d_1) et (d_4) sont parallèles car elles ont le même coefficient directeur : 2
(d_2) et (d_5) sont parallèles car elles ont le même coefficient directeur : - 2

2.G33	**Établir que trois points sont alignés, non alignés**

Propriété :

On dit que 3 points A, B et C sont alignés
si et seulement si les droites (AB) et (AC) ont le même coefficient directeur.

Application :

Dans un repère (O,I,J), on donne trois points M(-1;4) ; N(3 ;-4) et P(2 ;-2)
Les points M, N et P sont-ils alignés ??

On vérifie que $x_M\neq x_N$

Donc la droite (MN) a pour coefficient directeur $m=\frac{y_M-y_N}{x_M-x_N}=\frac{-4-4}{3-(-1)}=\frac{-8}{4}=-2$

de même,

On vérifie que $x_M \neq x_P$

Donc la droite (MP) a pour coefficient directeur $m'=\frac{y_M-y_P}{x_M-x_P}=\frac{-2-4}{2-(-1)}=\frac{-6}{3}=-2$

On constate que $m=m'$

Les droites (MN) et (MP) ont donc le même coefficient directeur.

Les points M, N et P sont donc alignés.

2.G34	**Déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites sécantes (système)**

Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites $(d_1): y=3x+2$ et $(d_2): y=-2x-3$

On cherche les couples de nombres $(x;y)$ qui vérifient à la fois $(d_1): y=3x+2$ et $(d_2): y=-2x-3$

Cela revient à résoudre un système de deux équations à deux inconnues :

$\begin{cases} y=3x+2 \\ y=-2x-3 \end{cases}$ qui amène à l'équation $3x+2=-2x-3$

$$5x=-5$$
$$x=-1$$

si $x=-1$, alors en remplaçant dans l'équation de $(d_1): y=3x+2$

$y=3\times(-1)+2=-1$

On vérifie que le couple (-1 ;-1) vérifie bien les deux équations du système.

Le système admet donc le couple (-1 ;-1) comme solution.

Les deux droites sont donc sécantes en un point de coordonnées (-1 ;-1)