

Fonctions carrées. Problème du second degré.

1 Étude fonction carrée. (vidéo 1)

1.1 Introduction

Définition : on appelle fonction carré, la fonction qui à tout réel x fait correspondre le nombre x^2 .

Exemple : Soit $f(x)=x^2$.

Calculer $f(2)=\dots$ $f(-3)=\dots$ $f(0)=\dots$

Rappel de vocabulaire :

- Quel est l'image de 3 par la fonction carrée ?
- 4 a-t-il un ou des antécédents ? Si oui, lesquels ?
- 3 a-t-il un ou des antécédents ? Si oui, lesquels ?
- - 1 a-t-il un ou des antécédents ? Si oui, lesquels ?

1.2 Sens de variation :(vidéo 2)

Théorème :

La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x)=x^2$ est :

- strictement sur l'intervalle
- strictement sur l'intervalle

Tableau de variation de la fonction carrée :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

On observe que la fonction admet un en qui vaut

Conséquence :

Soit deux nombres a et b tels que : $a < b < 0$ alors $a^2 \dots b^2$

Soit deux nombres a et b tels que : $0 < a < b$ alors $a^2 \dots b^2$

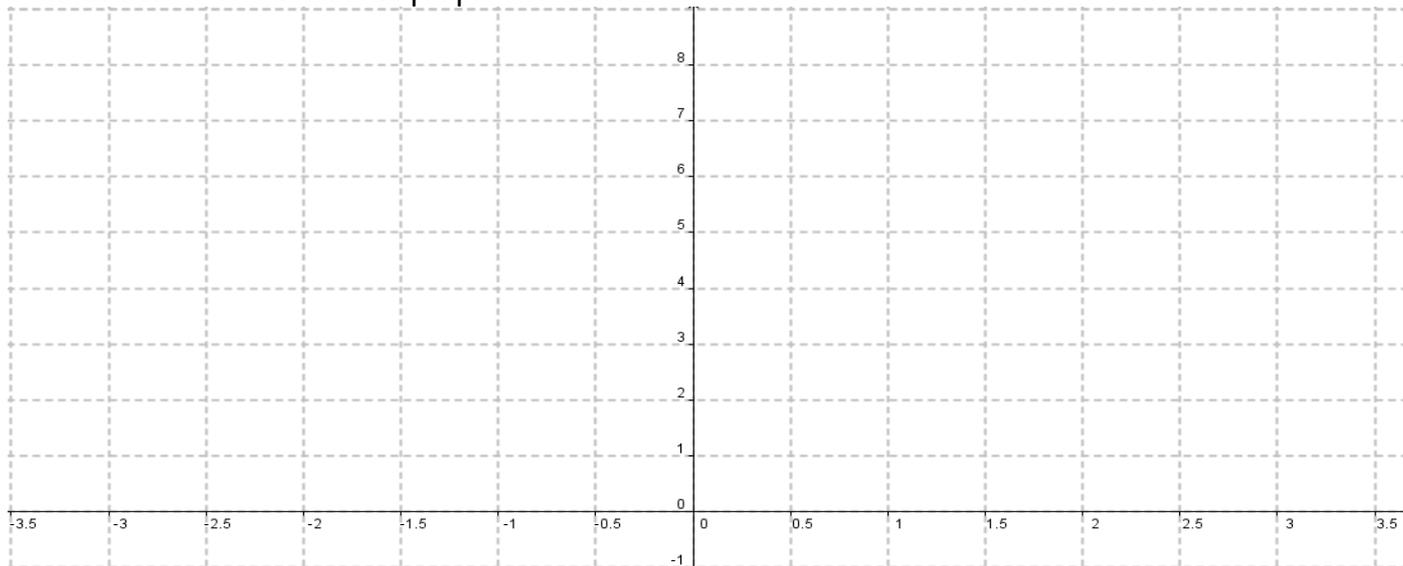
On dit que le carré conserve l'ordre de deux nombres mais qu'il le renverse pour deux nombres

1.3 Représentation graphique (vidéo 3)

Tableau de valeurs :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)=x^2$							

Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?



Vocabulaire :

Cette courbe s'appelle une

L'origine du repère est le de cette

Propriété graphique :

Pour tout nombre x , on a $x^2 = (-x)^2$ donc $f(x) = f(-x)$.

Deux nombres opposés ont donc la même

La parabole représentative de la fonction carrée admet donc comme axe de symétrie.

2 Différentes formes d'une fonction du second degré.

2.1 Définition (vidéo 4)

Une fonction polynôme de degré 2 est une fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a; b; c$ sont des réels données et $a \neq 0$.

On dit que f est une fonction de second degré sous forme **développée**.

Exemples : Quelle fonction est une fonction polynôme de degré 2 ?

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 4$$

$$g(x) = 7x^2$$

$$h(x) = 5x^3 - 2x^2 - 3x + 4$$

$$i(x) = 5x + 1$$

Application :

Calculer l'image de -2 par la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 - x + 1$

2.2 Forme canonique (vidéo 5)

On présente souvent un trinôme du second degré sous la forme :

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta \text{ qu'on appelle forme } \mathbf{canonique}.$$

Exemples :

$f(x) = 2(x - 3)^2 + 4$ est un trinôme du second degré mis sous la forme **canonique**.

$\alpha = \dots$ et $\beta = \dots$

Application :

- Calculer l'image de -2 par la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2(x-3)^2 + 1$
Combien valent α et β ?
- On donne $f(x) = 3(x-1)^2 + 2$. Combien valent α et β ?
Écrire f sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$

2.3 Forme factorisée (vidéo 6)

On présente parfois un trinôme du second degré sous la forme : $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$

Exemples :

$f(x) = 2(x-3)(x-4)$ est un trinôme du second degré mis sous la forme **factorisée**.

Application :

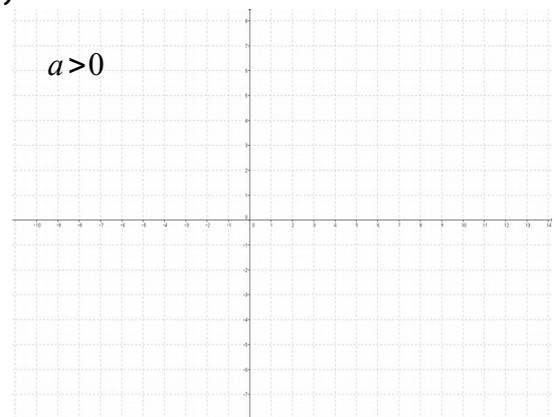
- Calculer l'image de -2 par la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2(x-2)(x+3)$
- On donne $f(x) = 3(x-1)(x-2)$. Écrire f sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$

3 Variations et représentations graphiques d'une fonction du second degré

3.1 Forme développée : $f(x) = ax^2 + bx + c$ (vidéo 7)

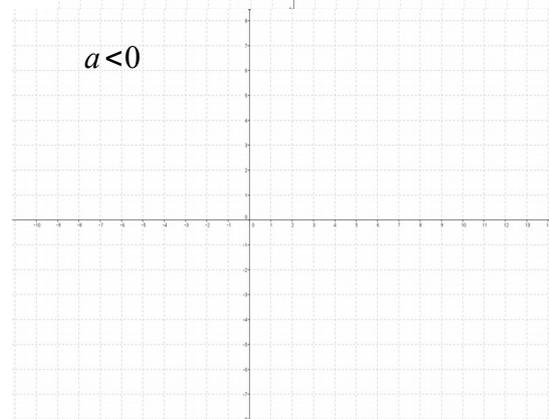
cas où $a > 0$

x	
$f(x)$	



cas où $a < 0$:

x	
$f(x)$	



Dans tous les cas, la Parabole admet un sommet au point d'abscisse

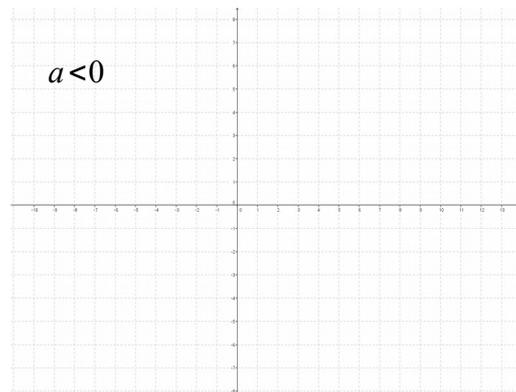
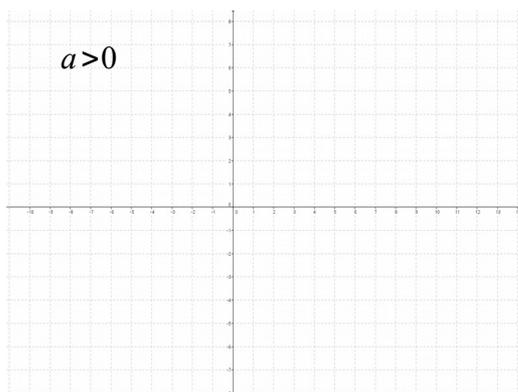
L'axe de symétrie de la Parabole est la droite d'équation :

- Application : (vidéo 8)

Dresser le tableau de variations de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 - 6x + 2$.
Retrouver l'allure de la courbe avec votre calculatrice.

x	
$f(x)$	

3.2 Forme factorisée $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ (vidéo 9)



- Application : (vidéo 10)

Dresser le tableau de variations de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2(x - 3)(x + 4)$.
Retrouver l'allure de la courbe avec votre calculatrice.

x	
$f(x)$	

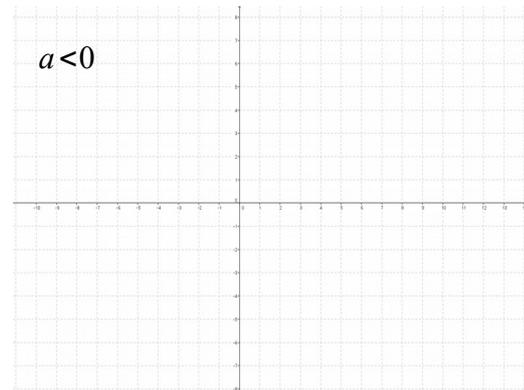
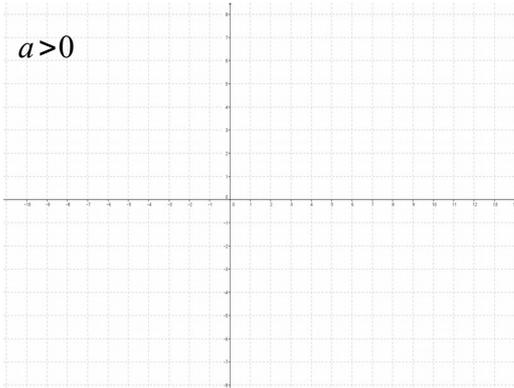
3.3 Forme canonique $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$ (vidéo 11)

cas où $a > 0$

x	
$f(x)$	

cas où $a < 0$

x	
$f(x)$	



Dans tous les cas, la Parabole admet un sommet au point de coordonnées

L'axe de symétrie de la Parabole est la droite d'équation :

Application 1:(vidéo 12)

Dresser le tableau de variations de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x)=3(x-2)^2+2$.
Retrouver l'allure de la courbe avec votre calculatrice.

x	
$f(x)$	

Application 2:(vidéo 13)

Dresser le tableau de variations de la fonction f définie sur \mathbb{R} par
 $f(x)=-2(x+3)^2-1$. Retrouver l'allure de la courbe avec votre calculatrice.(vidéo 13)

x	
$f(x)$	